

INDUSTRIALES
ETSII | UPM



**KTH Industrial Engineering
and Management**

PROYECTO FIN DE CARRERA

Modelo térmico de una máquina FZG de pruebas de engranajes

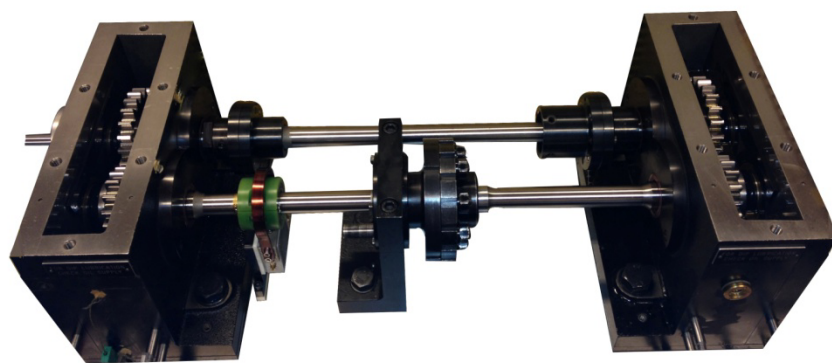
Autor: Carlos Prakash del Valle
Proyecto Nº: 14409352
Supervisores: Ulf Olofsson (KTH)
Enrique Chacón Tanarro (UPM)

SEPTIEMBRE 2014

MADRID-ESTOCOLMO

Modelo térmico de una máquina FZG de pruebas de engranajes

Carlos Prakash del Valle



UPM ETSI Industriales. Mecánica de Máquinas
KTH Industrial Engineering and Management. Machine Design

Resumen

Las cajas de engranajes son siempre tema de estudio para tratar de incrementar su eficiencia. Las pérdidas de potencia (rendimiento) en los contactos en engranajes se transforman en calor, que es distribuido entre todos los componentes de la caja de engranajes incrementando su temperatura. Un modelo térmico de una caja de engranajes brinda la oportunidad de realizar un estudio más profundo sobre el calor disipado, relacionado con la pérdida de rendimiento en la transmisión, hasta ahora sólo conocido indirectamente a través de ciertos ensayos.

Un programa basado en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias fue desarrollado en *MATLAB* para hacer el modelado térmico de una caja de ensayos de engranajes FZG. Dependiendo de las condiciones de funcionamiento del equipo, como son el nivel de precarga aplicada a los engranajes, el nivel de aceite usado en lubricación por barbotaje, la velocidad de la rueda y el tipo de acabado de los engranajes, se obtendrá distintos resultados, sobre los cuales se podrá trabajar y comparar en caso necesario. Estas condiciones fueron configuradas en *MATLAB* para su manipulación, listas para que el usuario las defina antes de su ejecución.

Los elementos a tratar en el análisis de esta caja son: las diversas partes de la propia caja exterior, el piñón y la rueda con sus respectivos ejes y dos rodamientos por eje, además de tener en cuenta el contacto entre engranajes, el aceite y el aire exterior. El modelo está basado en una red térmica en la cual cada nodo representa un elemento de los indicados, conformando catorce nodos en total. Esto es así puesto que se aplica el método de la capacitancia, en el que se asume la temperatura de cada elemento como uniforme en todo él para cada instante de tiempo; es decir, la resistencia de conducción en comparación con la de convección es despreciable. Esto no quiere decir que no haya que definir un nodo dentro del elemento que represente la temperatura de todo el elemento, ni que exista conducción entre diferentes nodos en contacto, sino sólo que la temperatura de cada elemento es la misma en todas sus partes.

La red térmica está compuesta por resistencias de diversa naturaleza: debidas a la deformación elástica en el engrane, consecuencia de la presión Hertziana entre dos superficies consideradas cilíndricas; conducción entre los elementos sólidos en contacto, dependiendo de dónde esté definido el nodo; convección entre aceite o aire exterior con los elementos con los que están en contacto; y radiación de la caja. Estas resistencias se hallaron aplicando expresiones y correlaciones provenientes de otras fuentes. Además, para el análisis térmico también se consideraron otros elementos externos como aletas disipadoras de calor tanto de la caja como de la parte de los ejes situada en el interior de la caja. Las pérdidas de rendimiento existentes, aplicadas en los nodos considerados como generadores de ese calor y calculadas en base a expresiones encontradas en diversas fuentes, son del siguiente tipo: debidas a la fricción entre el contacto en el engrane cuando hay precarga aplicada, pérdidas por agitación del lubricante (obtenidas tanto teórica como experimentalmente), pérdidas de potencia en los rodamientos y pérdidas de retén. Con las resistencias térmicas, los valores de las pérdidas de potencia y la inercia térmica de cada elemento, la evolución de la temperatura en el tiempo fue

obtenida aplicando el primer principio de la termodinámica a cada nodo en cada instante de tiempo. Gracias a la evolución térmica obtenida, la transferencia de calor entre los distintos elementos, las pérdidas de potencia, las resistencias térmicas y otros posibles parámetros como el ratio del calor transmitido de las ruedas al aceite sobre las pérdidas por fricción fueron también estimados en cada instante de tiempo en forma de matrices o vectores.

Para realizar el programa se empezó por una versión alfa, que sustituía la función resolutoria del sistema de ecuaciones diferenciales por un *bucle for* en el que mediante la pendiente de la temperatura sobre el tiempo se obtenía el siguiente valor hasta llegar a n . Al escribir el programa se tuvo que definir al comienzo todos los datos que permanecerían constantes durante la ejecución, diversos datos usados como experimentales y utilizar una función *ode* en la versión definitiva que resuelva la ecuación diferencial propuesta en cada instante de tiempo con sólo dar las condiciones iniciales: temperatura de cada de nodo al comienzo y las funciones que calculen las resistencias (guardando los valores entre nodos interconectados en una matriz 14x14 simétrica), pérdidas de potencia e inercias térmicas. En el caso de las pérdidas de potencia se estudiaron cuatro casos según las expresiones utilizadas: experimentales o teóricas para así analizar la influencia de dichos valores sobre la temperatura y obtener conclusiones. Finalmente se tuvo que extraer todas las matrices necesarias para poder manejarlas y obtener gráficos y animaciones tanto de la temperatura como de transferencia de calor y otros parámetros. Para un mejor manejo y entendimiento, se usaron más de cuarenta funciones a lo largo de todo el programa y en torno a cinco mil líneas de código.

También se estudiaron sistemas y características adicionales al modelo como el sistema de refrigeración por agua, la lubricación mediante spray, el uso de engranajes con tratamiento superficial o de engranajes fabricados con otros materiales, cuya implementación en el programa supondría una gran novedad y avance con respecto a otros estudios. Cómo introducirlos indicando los cambios a realizar en el programa, como la modificación de parámetros o inclusión de variables en la ecuación diferencial, se explica en la tesis.

Los resultados muestran una amplia capacidad y versatilidad del programa en términos de análisis térmico: el sentido y magnitud del flujo calorífico, herramientas visuales como la animación de la red térmica y de los elementos de la caja conforme se va calentando y la posibilidad de análisis térmico para diferentes condiciones de funcionamiento con sólo cambiar ciertas variables en el programa. Con estas funciones es posible dar un enfoque y abordar el estudio de la mínima cantidad de lubricante necesaria y otras maneras de amortiguar el sobrecalentamiento, además de conocer la temperatura de contacto entre engranajes. Esta temperatura, que es imposible de determinar experimentalmente, supondría un gran avance para tratar el desgaste superficial de engranajes.

Para altas precisiones en los resultados del modelo virtual con respecto al experimental, se podrá reducir previsiblemente el número de ensayos de eficiencia. La validez de estos resultados se presenta en su respectivo capítulo, comparando gráficos y mediante chequeo

visual con las animaciones creadas en el propio programa. Esta precisión siempre se puede aumentar implementando ciertos datos, resultados experimentales o futuras investigaciones sobre el tema, dado que es un programa que está abierto a cualquier modificación que sea requerida.

Se presenta también un análisis de los resultados donde se estudia la influencia de los valores de las pérdidas de potencia, el efecto de las consideraciones adicionales tomadas con respecto a otros modelos existentes, hipótesis consideradas y razonamiento de uso, la influencia y características de cada función *ode* disponibles en *MATLAB*, y un breve análisis del impacto económico y medioambiental de la investigación.

Como recomendaciones y líneas futuras, la mejora del modelo existente, en términos de precisión e implementar las características adicionales en el programa de la forma explicada, o añadir nuevos nodos sería lo más reseñable. En caso de buscar la máxima precisión se podría optar por un modelo que aplique el método de elementos finitos pese a que no garantice una mejora apreciable. No obstante, el actual modelo, basado en aplicar el método de la capacitancia, ha demostrado servir para abordar el análisis térmico propuesto, especialmente para velocidades tangenciales de la rueda de hasta 8.3 m/s, como demuestra la validación con ensayos experimentales de la temperatura de ciertos componentes.

Palabras clave: Red térmica, máquina FZG de pruebas de engranajes, flujo de calor, temperatura, *MATLAB*, ODE.

Marco de desarrollo

El proyecto de fin de carrera se hizo en la universidad Kungliga Tekniska Högskolan (KTH) de Estocolmo. Se trata de la universidad más grande y antigua de Suecia. No menos de un tercio de la capacidad de educación en investigación técnica e ingeniería de Suecia a nivel universitario le corresponde a KTH.

En cuanto a las líneas de investigación, KTH comprende cinco plataformas: energía, tecnología de la información y de la comunicación, materiales, tecnología de ciencias de la vida, y transporte. Los grandes cambios globales tales como el cambio climático, infraestructuras de transporte sobrecargadas y la creciente demanda de servicios avanzados del cuidado de la salud requieren enfoques amplios que trascienden las disciplinas tradicionales, haciendo necesarias estas líneas de investigación. El principal papel de estas plataformas es coordinar las iniciativas de investigación multidisciplinaria entre catedráticos de KTH y estudiantes de posgrado trabajando junto con los socios externos. Las plataformas también aconsejan sobre inversiones en profesorado e infraestructura, y ayudan a construir enlaces de cooperación con socios la industria y el sector público.

La universidad KTH también forma parte de dos consorcios de la prestigiosa colaboración con la Unión Europea, el Instituto Europeo de Innovación y Tecnología (EIT) que hará a Europa líder mundial en innovaciones en Tecnología de la Información y Comunicación (ICT) y Energía Sostenible. Dentro de los consorcios, hay institutos de investigación, las principales empresas de ingeniería y varias universidades técnicas líderes en Europa.

A nivel de formación, esta universidad incluye todas las ramas de ingeniería, arquitectura, organización industrial y planificación urbana. De entre las ingenierías, el departamento en el que se ha hecho el proyecto es el de Diseño de Máquinas, en la facultad de Ingeniería Industrial y Organización (Industrial Engineering and Management).

El objetivo principal del departamento de Diseño de Máquinas es servir a la industria y sociedad a largo plazo desarrollando y enviando personas con un excelente conocimiento y altamente cualificadas. Esto supone que se presta tanta atención a la investigación como a la educación. Este departamento contiene ocho cátedras: ingeniería de innovación de productos; diseño de producto y servicio; desarrollo de productos integrados; mecatrónica; sistemas de control integrados; motores de combustión; elementos de máquinas y tribología. En tribología es donde se hizo la investigación, cuyo catedrático es Ulf Olofsson.

La cátedra de tribología dispone de laboratorios, habiendo en uno de ellos una máquina FZG de ensayos de engranajes. En el tema de desgaste superficial de engranajes y eficiencia, esta universidad colabora con otras como la universidad de *Chalmers* y con empresas como *Volvo* y *Scania*.

Hay investigación en curso sobre el tema de eficiencia y desgaste en engranajes en este departamento, de las cuales se publicarán tesis doctorales, además de mi tesis de Máster. Estos estudiantes de doctorado se dedican a realizar ensayos en el equipo de pruebas FZG, programar en *MATLAB* para tratar datos y analizar resultados para poder escribir artículos y dar conferencias en otros lugares.

Además de estudiar la tribología en transmisiones, también se estudia en otros temas como el contacto rueda-vía de tren, para el cual también existe un laboratorio en el que poder recoger ciertos datos necesarios para la investigación.

El ambiente de trabajo encontrado allí estos meses ayudaba al estudio y realización de la tesis, pues los propios estudiantes compartían sus ideas para la mejora de este proyecto y viceversa.

AGRADECIMIENTOS

Este apartado incluye mi reconocimiento a aquellas personas que colaboraron en mi proyecto de alguna forma.

En primer lugar, mi reconocimiento va dirigido a mi supervisor de mi universidad de destino, Ulf Olofsson. Gracias a él este proyecto ha sido posible llevarse a cabo. Él ha seguido mi proyecto muy de cerca, fijando una reunión por semana, hecho que considero crucial para la evolución del proyecto y que realmente valoro.

Gracias a Martin Öun, Peter Ericson y Svante Larsson pude utilizar los modelos de CAD de la máquina FZG para explicar gráficamente los elementos mecánicos de mi proyecto.

Estoy especialmente agradecido a los estudiantes de doctorado Mario Sosa y Martin Andersson. Ambos han estado muy próximos a mi no sólo profesionalmente, sino también personalmente, integrándose en su excelente ambiente de trabajo.

Profesionalmente Mario ha seguido mi proyecto de forma muy próxima, discutiendo y analizando diversos temas juntos, compartiendo información, artículos y opiniones para acordar varios asuntos.

Martin me ha ayudado en todo en lo que estaba en su mano, entregándome información relacionada con la materia, formando parte de todas las reuniones que tuve con mi supervisor, enseñándome cómo poner en marcha la máquina FZG para realizar los ensayos de eficiencia necesarios y ayudándome con la estructura de la memoria del proyecto.

Definitivamente sin ellos dos, esos meses en KTH no hubieran sido nunca iguales.

No me gustaría terminar sin agradecer también a Enrique Chacón sus consejos en cuanto a ciertos aspectos del proyecto y su dedicación al ayudarme a preparar la defensa de la tesis en los meses que he estado traduciendo y adaptando el proyecto en España.

Carlos Prakash del Valle

Madrid, septiembre 2014

NOMENCLATURA

La notación y abreviaturas usadas en la tesis se describen en este apartado. Nótese que muchos de los términos usados están escritos en inglés, tanto en ecuaciones como imágenes.

Notación

Símbolo	Descripción
A	Área de la superficie de intercambio de calor (m^2)
a	Difusividad térmica (m^2/s)
B	Ancho del rodamiento (m)
b	Ancho del diente del engranaje (m)
E	Potencia emisiva de la superficie (W/m^2)
f	Coeficiente de fricción
Fr	Número de Froude
e	Espesor del elemento dado por el subíndice (m)
Gr	Número de Grashof
g	Constante de la gravedad: 9.81 m/s^2
h	Coeficiente de película ($\text{W}/\text{m}^2\text{-K}$)
h	Profundidad de inmersión del elemento en el lubricante (m)
k	Conductividad térmica ($\text{W}/\text{m-K}$)
L	Longitud considerada de la bancada sobre la que se apoya la caja (m)
m	Masa (kg)
m	Módulo (m)
Nu	Número de Nusselt
n	Velocidad de rotación (rpm)
P	Perímetro (m)
Pr	Número de Prandtl
Q	Calor generado por unidad de tiempo (W) o (J/s)
q	Flujo calorífico (W/m^2)
R	Radio (m)
Ra	Rugosidad media de la superficie (μm)

Re	Número de Reynolds
S	Superficie de la aleta (m^2)
s	Ancho de la cara del diente (m)
T	Temperatura (K)
u	Relación de transmisión entre engranajes
U	Coeficiente global de transferencia de calor ($W/m^2 \cdot K$)
V	Valor medio de la velocidad de rodadura (m/s)
x	Coeficiente de desplazamiento en engranajes
y	Altura hasta la que llega el aceite (nivel) desde la base del cárter (m)
Z	Número de dientes del engranaje
α	Ángulo de presión real (rad)
β	Coeficiente de dilatación térmica volumétrica (K^{-1})
γ	Ángulo entre la línea que une el centro del engranaje con la parte del radio primitivo de referencia en contacto con la superficie de aceite y la vertical hacia abajo (rad)
ΔT	Diferencia de temperatura entre dos elementos (K)
ε	Emisividad del material de la caja
μ	Viscosidad dinámica (kg/m-s)
ν	Viscosidad cinemática (m^2/s)
ρ	Densidad (kg/m^3)
σ	Constante de Stefan-Boltzman: $5.6703 \cdot 10^{-8} W/m^2 K^4$
ω	Velocidad angular (rad/s)

Combinado

<i>Símbolo</i>	<i>Descripción</i>
A_l	Área de la superficie lateral del piñón o rueda (m^2)
A_t	Área de la superficie del diente del piñón o rueda (m^2)
b_{web}	Ancho del cubo del piñón y la rueda. Distancia entre la cara lateral de la corona del engranaje y la cara del extremo del cubo (m)
C_m	Par adimensional de resistencia al avance, consecuencia del lubricante

c_p	Calor específico (J/kg-K)
dQ/dt	Flujo de calor o calor por unidad de tiempo (W)
d_m	Diámetro del centro de la jaula del rodamiento (m)
D_{out}	Diámetro exterior (m)
dT/dt	Derivada de la temperatura con respecto al tiempo (K/s)
D_{web}	Diámetro exterior del cubo del piñón y la rueda (m)
$e_{3,l}$	Espesor de cada lado de la parte lateral de la caja (m)
F_a	Fuerza axial (N)
F_b	Fuerza tangencial a la circunferencia de base (N)
F_{bear}	Carga en el rodamiento (N)
F_r	Carga radial (N)
F_t	Fuerza tangencial (N)
F_{tb}	Fuerza tangencial a la circunferencia de base (N)
H_{tooth}	Altura del diente (m)
H_v	Parámetro geométrico del engranaje
h_3	Altura de la parte lateral de la caja (m)
$L_{3,out}$	Longitud de la parte externa de la parte lateral de la caja (m)
l_h	Anchura del contacto Hertziano (m)
M_t	Par aplicado: momento debido a la fuerza tangencial en el piñón y a su radio de trabajo (Nm)
P_{bear}	Pérdidas de potencia en los rodamientos (W)
P_{Churn}	Pérdidas de potencia por agitación del aceite (W)
P_{in}	Potencia de entrada (W)
P_{mesh}	Pérdidas de potencia por la fricción en los dientes (W)
P_{seal}	Pérdidas del retén (W)
P_{Total}	Pérdidas de potencia en todo el sistema (W)
$\dot{Q}_{cooling}$	Potencia de enfriamiento (W)
R_b	Radio de la circunferencia base (m)
Re_c	Número de Reynolds crítico
R_{in}	Radio interior (m)
R_p	Radio primitivo de referencia (m)
R_{th}	Resistencia térmica (K/W)

$R_{th,fling-off}$	Resistencia térmica debida al salpicado entre lubricante y engranaje o rodamiento (K/W)
R_w	Radio de trabajo (m)
T_{amb}	Temperatura ambiente (K)
T_{in}	Par de entrada o precarga aplicada (Nm)
T_{out}	Par fuera del circuito del banco de pruebas de engranajes (Nm)
T_w	Temperatura del cuerpo emisor (K)
T_{∞}	Temperatura del fluido (K)
X_L	Factor del tipo de aceite
η_{foun}	Eficiencia de la aleta de la base de apoyo de la caja
ν_{40}	Viscosidad del aceite a 40°C (cSt)
$\nu_{\Sigma C}$	Suma de velocidades en el punto de rodadura (m/s)
ρ_{redC}	Radio reducido de curvatura en el punto de rodadura (mm)
θ_b	Diferencia de temperatura entre la base de la aleta y el fluido (K)

Subíndices

Símbolo	Descripción
<i>1</i>	Nodo 1
<i>2</i>	Nodo 2
<i>3</i>	Nodo 3
<i>4</i>	Nodo 4
<i>5</i>	Nodo 5
<i>6</i>	Nodo 6
<i>7</i>	Nodo 7
<i>8</i>	Nodo 8
<i>9</i>	Nodo 9
<i>10</i>	Nodo 10
<i>11</i>	Nodo 11
<i>12</i>	Nodo 12
<i>13</i>	Nodo 13
<i>14</i>	Nodo 14

<i>fin</i>	Aleta cilíndrica unida a la tapa superior de la caja
<i>g</i>	Rueda (<i>gear</i>)
<i>i</i>	Uno de los catorce nodos
<i>p</i>	Piñón

Abreviaciones

<i>CAD</i>	Computer Aided Design: Diseño Asistido por Computador
<i>DAQ</i>	Data Acquisition: Adquisición de Datos
<i>FZG</i>	Forschungsstelle für Zahnräder und Getriebebau (Alemán: Centro de Investigación para Ruedas y Engranajes; Universidad de Munich; Munich, Alemania)
<i>ODE</i>	Ordinary Differential Equation (Inglés: Ecuación Diferencial Ordinaria)
<i>SGB</i>	Slave Gearbox: Caja de engranajes esclava
<i>TGB</i>	Caja de ensayos de engranajes
<i>SI</i>	Unidad del Sistema Internacional

ÍNDICE

1 INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Antecedentes.....	3
1.2 Objetivo.....	5
1.3 Máquina FZG de pruebas de engranajes.....	6
1.4 Delimitaciones.....	7
2 MARCO DE REFERENCIA.....	9
2.1 Trabajo relacionado.....	11
2.2 Propiedades termo-físicas.....	13
2.3 Mecanismos de transferencia de calor.....	16
2.4 Primer principio de la termodinámica.....	18
3 MÉTODO.....	21
3.1 Condiciones de funcionamiento.....	23
3.2 Red térmica.....	25
3.2.1 Nodos.....	26
3.2.2 Resistencias térmicas.....	31
3.2.3 Pérdidas de potencia.....	44
3.2.4 Inercia térmica.....	51
3.3 Mediciones en el laboratorio.....	52
3.4 Programa.....	54
3.5 Características adicionales.....	60
4 RESULTADOS.....	63

4.1 Pérdidas de potencia.....	66
4. 2 Condiciones estándar.....	69
4.3 Alcance del programa.....	71
5 VALIDACIÓN DEL MODELO.....	75
5.1 Herramientas del programa.....	77
5.1.1 Balance de potencia.....	77
5.1.2 Dibujos de la máquina FZG y de la red térmica.....	78
5.2 Precisión del modelo.....	81
6 ANÁLISIS Y CONCLUSIONES.....	85
6.1 Análisis.....	87
6.1.1 Influencia de las pérdidas de potencia.....	87
6.1.2 Efecto de consideraciones adicionales.....	89
6.1.3 Restricciones e hipótesis.....	92
6.1.4 Función ODE.....	94
6.1.5 Validez del modelo.....	95
6.1.6 Impacto socio-económico y medioambiental.....	95
6. 2 Conclusiones.....	97
7 RECOMENDACIONES Y LÍNEAS FUTURAS.....	101
7.1 Recomendaciones.....	103
7. 2 Líneas futuras.....	104
8 PLANIFICACIÓN TEMPORAL Y PRESUPUESTO.....	107
8.1 Planificación temporal.....	109
8. 2 Presupuesto.....	111

9 REFERENCIAS.....	113
ANEXO A: DATOS.....	121
ANEXO B: MOVIMIENTO DEL ACEITE EN LA CAJA DE PRUEBAS DE ENGRANAJES	127
ANEXO C: RESISTENCIAS TÉRMICAS.....	133
ANEXO D: PROFILER DE MATLAB.....	137

1. INTRODUCCIÓN

1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se describe los antecedentes y la motivación de la investigación, el objetivo, una presentación del equipo FZG y los límites del proyecto.

1.1 Antecedentes

Más de 5000 personas en Suecia se dedican a la producción de componentes de transmisión en vehículos, lo que supone un valor total del producto de 12 mil millones de coronas suecas al año. Una quinta parte de los costes de producción está relacionada con la transmisión [1], que comprende ejes, engranajes, anillos de sincronización, acoplamientos, etc. La transmisión es, y ha sido, la clave en la industria de la automoción en Suecia, donde la producción, el desarrollo y la investigación continúan en marcha. En relación con la producción mundial de motores y transmisiones para camiones pesados, entre el 10 y el 20% está comprendida en un área entre Estocolmo y Gotemburgo. Para poder mantener y desarrollar aún más el conocimiento en Suecia con el fin de construir y fabricar transmisiones mecánicas de alta eficiencia, *AB Volvo*, *Scania AB*, *Chalmers* y *KTH* han iniciado un equipo para desarrollar transmisiones en camiones pesados en el futuro.

En las transmisiones modernas de engranajes en camiones pesados se busca maximizar la potencia por unidad de masa de la caja de cambios, lo que hace que la producción y el desarrollo de nuevas cajas de cambios requieran conocimiento muy profundo y trabajo por parte de ingenieros con ciertas habilidades. Un interesante ámbito en la investigación de transmisiones es minimizar todo tipo de pérdidas de energía para un mejor funcionamiento, mantenimiento, optimización y eficiencia.

Las pérdidas de energía en una caja de cambios se convierten en calor disipado. De este modo, el calor disipado es el principal responsable del aumento de temperatura mientras el sistema está en funcionamiento. Un modelado térmico de una caja de ensayos de engranajes podrá brindar la oportunidad de una investigación más profunda en este tipo de pérdidas dada su relación mutua.

La viscosidad del lubricante y su temperatura dependen fuertemente entre sí afectando a los componentes mecánicos con los que el lubricante está en contacto. Este hecho conlleva la necesidad de un análisis de la temperatura para un mejor control del sistema; es esencial saber cómo el aceite afecta a los otros componentes y cómo sus propiedades cambian en función de la velocidad de la rueda y de la cantidad de aceite para evitar, por ejemplo, una lubricación inadecuada. Por tanto, si las pérdidas por fricción y la cantidad de calor transferida al aceite son estimadas, entonces la cantidad de lubricante se puede minimizar además de determinar la temperatura de contacto entre engranajes, la cual es útil para la investigación de los mecanismos de daño en la superficie. El cociente entre el calor transferido de los engranajes al aceite y las pérdidas de potencia por fricción es crucial para investigar cómo minimizar las pérdidas por agitación del aceite, estableciendo la mínima cantidad de lubricante que mantiene el contacto entre

engranajes lo suficientemente refrigerado y con una película de aceite tal que la vida del componente no quede afectada.

Además, un modelo térmico también podría proporcionar otra manera de calcular cada tipo de pérdidas de potencia: en lugar de hallar la temperatura conociendo los valores de pérdidas de potencia, un proceso inverso desde el comportamiento térmico de los componentes hacia el calor disipado puede ser llevado a cabo en el futuro, como proceso iterativo.

La importancia de predecir la temperatura de los diferentes elementos del sistema radica de múltiples razones:

- Optimización: reducir la cantidad de lubricante del sistema o simplemente seleccionar y probar el comportamiento del sistema con otro tipo de aceite, implicando diferentes condiciones termo-físicas (mención especial a la viscosidad).
- Analizar posibles alternativas en el futuro (otro sistema de lubricación, material de engranajes y el tratado superficial) con el fin de saber lo que es beneficioso.
- Reducción de la necesidad de realizar ensayos de temperatura sin usar el sistema de refrigeración en caso de que el modelo virtual sea lo suficientemente preciso. Por tanto, se ahorrará tiempo y con ello dinero. El dinero no se ahorrará únicamente debido al tiempo, sino también al menor desgaste de los componentes mecánicos si no se realizan ensayos.
- La posibilidad, en un trabajo futuro, de obtener valores de las pérdidas de potencia más precisos si la respuesta térmica es similar a la experimental.

Se ha demostrado que en ciertas condiciones de funcionamiento el considerar que todos los componentes de la caja de ensayos de engranajes tiene la misma temperatura entre sí difiere del comportamiento térmico real. Sin embargo, algunas otras hipótesis, tales como considerar que cada elemento tiene la misma temperatura en toda su masa se han asumido. Esta investigación se ha inspirado inicialmente en el modelo desarrollado por Durand de Gevigney, Changenet, Ville y Vexex [2].

1.2 Objetivo

El objetivo de este proyecto es desarrollar un modelo asumiendo el método de la capacitancia (cuerpo a temperatura prácticamente uniforme en cada instante) de la caja de pruebas de engranajes. Además, los resultados térmicos del modelo deberán ser verificados con mediciones disponibles o a realizar con diferentes ensayos para saber hasta qué punto el modelo podría sustituir a mediciones reales.

El desafío es realizar un modelado térmico programado en *MATLAB*. De esta manera, pueden realizarse rápidamente posibles modificaciones en el futuro dependiendo las condiciones. El modelo desarrollado en *MATLAB* debe ser capaz de estimar la temperatura en la caja de ensayos de engranajes para diferentes condiciones de funcionamiento: precarga aplicada, velocidad de rotación de la rueda, nivel de aceite al usar el sistema de lubricación por barbotaje y el método o tipo de acabado de la superficie del engranaje. Gracias a ello, será posible ver de manera efectiva cómo los cambios de las variables (condiciones de funcionamiento) afectan o modifican el modelo entero.

Una vez que el programa se ha hecho, se deberá hacer un análisis térmico analizando las temperaturas de los componentes en función del tiempo, posibles razones del comportamiento térmico específico e intentar hallar posibles soluciones que eviten respuestas extrañas e indeseables en el sistema.

Por otra parte, se debería poder añadir en un futuro características adicionales en el sistema, tales como otros sistemas de lubricación, distintos materiales de los engranajes, tratamientos superficiales a los engranajes y un sistema de refrigeración, sin grandes cambios sobre el modelo original.

Ciertas aplicaciones adicionales e indirectas, producto de esta tesis, sirven de apoyo a la construcción de transmisiones mecánicas de alta eficiencia para desarrollar vehículos como camiones pesados en el futuro.

1.3 Máquina FZG de pruebas de engranajes

La máquina FZG de pruebas de engranajes es un equipo con un circuito de potencia mecánica. La caja de engranajes esclava (*slave*: SGB) y la de ensayos (*test*: TGB) están conectadas por dos ejes, uno que conecta las ruedas de cada caja y otros los piñones. En el eje de las ruedas hay un embrague en el que se aplica la precarga en forma de par y que dará lugar a la presión existente al engranar.

La potencia, dada por el motor, mantiene la velocidad establecida, con lo que el sensor de par, situado entre el motor y la caja esclava, recogerá esos valores que serán los que vencerán a esas pérdidas de rendimiento. El mecanismo es explicado en la sección “3.2.3 Pérdidas de potencia”.

La Figura 1 muestra el quipo de pruebas de engranajes FZG –las figuras en CAD utilizadas de aquí en adelante proceden de los modelos diseñados por Öun, Ericson, Larsson and Sosa [3]- :

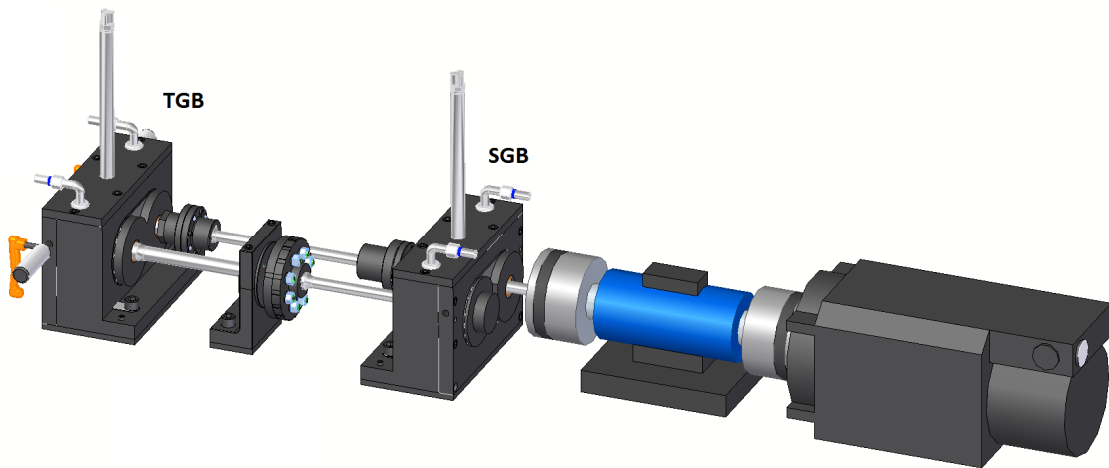


Figura 1, Equipo de pruebas de engranajes FZG

1.4 Delimitaciones

Esta investigación abarcará un profundo análisis térmico de una caja de ensayos de engranajes (TGB) de la máquina FZG. Esto se llevará a cabo considerando como aplicable el método de la capacitancia a efectos prácticos, dado que el principal objetivo del modelo es conocer el comportamiento térmico de la rueda, el piñón, el contacto entre dientes, y del lubricante. De este modo, las partes más grandes, que son la parte lateral de la caja y los ejes, no son de interés práctico. Por tanto, no se empleará el método de elementos finitos para su resolución.

El modelo incluirá también algunos elementos externos (además de la propia caja de pruebas de engranajes) consideradas como aleta y el aire ambiente, pero no la caja esclava (*slave*). No obstante, sí que se harán también algunos cálculos sobre la caja esclava y datos experimentales de todo el sistema

Los tubos de refrigeración de la tapa de la caja de pruebas de engranajes, que están en contacto con el lubricante, no se tienen en cuenta en este modelo.

La temperatura del aceite no será regulada, con lo que el sistema de refrigeración no se considerará directamente. Sin embargo, sí que se incluyen en futuras secciones algunos apuntes sobre cómo se podría implementar un sistema de refrigeración en un modelo similar.

Además, se introducen algunas características adicionales, tales como un sistema de lubricación por spray, el uso de materiales diferentes de engranajes y su tratamiento superficial, además de la explicación de cómo se comportaría el sistema en tal caso. De cualquier modo, el modelo se lleva a cabo considerando como sistema de lubricación el de aceite por barbotaje.

2. MARCO DE REFERENCIA

2 MARCO DE REFERENCIA

El marco de referencia es un resumen del conocimiento existente e investigación previa acerca del tema.

2.1 Trabajo relacionado

La investigación de la temperatura de los componentes de una caja de engranajes no es algo nuevo. Niemann y Lechner (1965) [4] estudiaron la temperatura en el diente del engranaje. Manin (1999) [5] investigó acerca de la transferencia de calor, realizando un modelo térmico en engranajes, explicado en su totalidad en su tesis. Durand de Gevigney et al. (2012) [2] llevaron a cabo un estudio térmico de los componentes de una caja de pruebas de engranajes basado en un modelo que usa el método de la capacitancia desarrollado con una red térmica.

El modelo está basado en una red térmica, donde las pérdidas de rendimiento son cruciales. Cómo calcular esas pérdidas de potencia ha sido siempre objeto de estudio. Xu et al. [6] presentaron una investigación sobre la predicción de la eficiencia en engranajes, que comprendía los tipos más importantes de pérdidas de potencia usados en el proyecto. Changenet y Vex [7] crearon un modelo que predecía las pérdidas de rendimiento debidas a la agitación del aceite en transmisiones por engranajes. Höhn et al. (2007) [8] presentaron un estudio sobre las pérdidas por fricción en engranajes, como consecuencia del contacto entre dientes. Más recientemente, en 2009, Seetharaman publicó un documento [9] sobre las pérdidas de potencia en engranajes que no dependen de la precarga aplicada.

Algunos otros realizaron investigaciones acerca del flujo del lubricante, bien para estudiar su comportamiento o bien para centrarse en minimizar el ratio de velocidad del aceite sobre la del aire. Joachim (2002) [10] presentó un estudio sobre la eficiencia en un equipo FZG de pruebas de engranajes analizando la influencia del lubricante en términos de fricción. En 2013, Hartono et al. [11] publicaron una investigación referente al movimiento del lubricante en el interior de la caja de engranajes. Esto también es útil en transferencia de calor para hallar el número de Reynolds del lubricante en cada superficie con la que está en contacto, que es utilizado para obtener las resistencias de la red térmica. Además, Höhn et al. (2008) [12] estudiaron el sistema de lubricación por spray como una forma de minimizar la cantidad de lubricante en engranajes.

La investigación en pérdidas de potencia y lubricación está muy relacionada con la eficiencia en engranajes. Si ese conocimiento se aplicase en la red térmica, las pérdidas debidas a la agitación del aceite (reducir la cantidad de aceite) y el desgaste (analizando la evolución en el tiempo de la temperatura de contacto entre engranajes) podrían ser minimizados.

Para poder crear la red térmica, algunas propiedades termo-físicas necesarias para la entender la transferencia de calor han de presentarse. Los mecanismos de transferencia de calor que tienen lugar mientras el sistema está en funcionamiento y cómo

interacciona cada elemento con el ambiente son también cruciales para poder lograr el objetivo propuesto.

2.2 Propiedades termo-físicas

Para poder estimar todos los elementos que participan en la red térmica como las resistencias y los generadores de potencia calorífica, algunos parámetros han de ser definidos. Esos parámetros son necesarios para entender y obtener posteriormente asuntos relacionados con lo térmico.

Algunas propiedades termo-físicas de los materiales, que contribuyen en el modelo, son de vital importancia en la transferencia de calor: densidad, calor específico, conductividad térmica, difusividad térmica, coeficiente de dilatación térmica volumétrica, viscosidad dinámica y cinemática, número de Prandtl, Grashof y Reynolds y emisividad. Éstos fueron usados a lo largo del proyecto. Fdez. Benítez y Corrochano [13] presentaron todas estas propiedades. Entre ellas, algunas dependen específicamente de cada elemento y otras de las interacciones con los fluidos.

Densidad (ρ)

Una sustancia pura puede ser definida si se conocen dos variables. Estas son fundamentalmente la densidad, ρ , y la temperatura, T . La densidad se define como la masa por unidad de volumen de una sustancia.

Una sustancia sólida y a veces una líquida, pueden ser consideradas como incompresibles a efectos prácticos (densidad constante) para un rango determinado de temperaturas.

Calor específico (c_p)

Indica la capacidad de una sustancia para absorber una cierta cantidad de calor. Dado que la mayor parte de los procesos de transferencia de calor ocurren sin una variación de la presión de trabajo, normalmente se utiliza el calor específico a presión constante, c_p .

De nuevo, para sustancias sólidas y líquidas, podría ser considerado constante.

Conductividad térmica (k)

Es una medida de la capacidad de un material para conducir calor, por tanto, transmisión de energía por conducción. Depende de la naturaleza del material, su estructura cristalina y sus condiciones (presión-temperatura).

Difusividad térmica (a)

Este término es el cociente entre la capacidad de conducción térmica de un cuerpo y su capacidad para almacenarlo. Se expresa como:

$$a = \frac{k}{\rho c_p} \quad (1)$$

Un material con una alta difusividad térmica responde rápidamente a los cambios térmicos de su ambiente y viceversa.

Coefficiente de dilatación térmica volumétrica (β)

En convección natural, el fluido fluye como consecuencia de las variaciones de densidad, que son resultado de la dilatación térmica diferencial causada por las variaciones de temperatura en el seno del fluido. El coeficiente de dilatación térmica volumétrica se define como:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \quad (2)$$

Y para gases ideales se simplifica en:

$$\beta = \frac{1}{T} \quad (3)$$

Viscosidad dinámica (μ)

Es la relación entre el esfuerzo cortante causado por el desplazamiento relativo entre capas del fluido y el gradiente de velocidades. La viscosidad dinámica depende fundamentalmente de la temperatura, de manera inversamente proporcional. Este parámetro es fundamental para hallar el número de Reynolds y el de Prandtl.

Viscosidad cinemática (ν)

Relaciona las fuerzas viscosas y las de inercia. Puede expresarse como:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (4)$$

La viscosidad cinemática de un líquido depende fuertemente de la temperatura de manera inversa. En los gases, depende también de la presión.

Este término es relevante para hallar otros parámetros, tales como el número de Reynolds (utilizado en procesos de convección forzada), la fricción entre dientes de engranajes, las pérdidas de potencia en los rodamientos y, especialmente, las pérdidas por agitación del lubricante.

Número de Prandtl (Pr)

El número de Prandtl indica la relación entre el transporte de la cantidad de movimiento y el transporte de energía térmica a través de la capa límite de un fluido. Este número depende exclusivamente de las propiedades del fluido. Se define como el cociente entre la viscosidad cinemática y la difusividad térmica:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad (5)$$

Número de Grashof (Gr)

Relaciona las fuerzas de empuje con las fuerzas viscosas:

$$Gr = \frac{g L^3 \beta \cdot \Delta T}{\nu^2} \quad (6)$$

donde ΔT representa la diferencia de temperatura entre el elemento específico y el fluido.

Este número se utiliza para los procesos de convección natural.

Número de Reynolds (Re)

Cuando la convección forzada tiene lugar, el número de Reynolds ha de ser considerado para poder hallar el número de Nusselt. Este número adimensional relaciona la densidad, la viscosidad, la velocidad y la longitud característica del flujo de un fluido:

$$Re = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu} \quad (7)$$

Los límites que definen el flujo de un fluido como laminar o turbulento quedan determinados mediante el número crítico de Reynolds.

Para estimar las resistencias térmicas debidas a convección, es necesario estimar el número de Grashof, el de Reynolds y el de Nusselt. Para obtener esos números, la longitud característica también se necesita.

Emisividad

La emisividad de una superficie es una propiedad termo-física que interviene en el intercambio de calor por radiación.

Un cuerpo negro se define con una emisividad 1 (máxima), con lo que la emisividad del resto de materiales se determina con respecto a ella.

2.3 Mecanismos de transferencia de calor

Fdez. Benítez y Corrochano [13] también explicaron los posibles mecanismos de transmisión de calor que pueden ocurrir.

La conducción se debe al calor transferido a lo largo de un material por la variación de la temperatura (de las regiones calientes a las frías).

La transferencia de calor de conducción se representa por la ley de Fourier [13]:

$$q = -k \frac{dT}{dx} \quad (8)$$

donde q es el flujo de calor, dT/dx la derivada de la temperatura con respecto a una dimensión en la dirección del flujo, y k la conductividad térmica del material.

La convección existe cuando un fluido y el material sólido con el que está en contacto tienen diferente temperatura, teniendo lugar una transferencia de calor. El proceso de convección puede ser tanto forzado como natural. Por tanto, dependiendo de tipo de proceso, los parámetros termo-físicos involucrados, así como las expresiones, son diferentes.

Cuando hay un gradiente térmico sobre un fluido en un campo gravitacional, la densidad tampoco es constante, provocando un flujo del fluido y por tanto un proceso de convección natural.

Por otra parte, la convección forzada ocurre cuando hay una fuerza externa aplicada que provoca el movimiento o flujo de un fluido: diferencia de presiones causada por un elemento mecánico.

La siguiente ecuación expresa este tipo de transferencia de calor [13]:

$$q = h A(T - T_{\infty}) \quad (9)$$

donde T es la temperatura de la superficie del cuerpo, T_{∞} la temperatura del fluido, h representa el coeficiente de película y A el área de la superficie de intercambio de calor.

Una forma de incrementar el calor disipado por convección de un elemento hacia su ambiente es extendiendo la superficie de transferencia de calor. Esto se logra cuando se añaden superficies adicionales: aletas. A lo largo de la aleta tiene lugar conducción. En el modelo dos distintos elementos fueron considerados como una aleta: la bancada sobre la que se apoya la parte inferior de la caja y un elemento cilíndrico situado en la parte superior (tapa) de la caja (ver Figura 1 y Figura 4). Todos los posibles casos en cuanto al comportamiento del extremo de la aleta se definen de acuerdo a [13]:

- Extremo activo: hay disipación de calor por convección en el extremo.
- Extremo adiabático: no hay transferencia de calor en el extremo, o es despreciable.
- Temperatura constante en el extremo de la aleta.

- Aleta infinita: el extremo tiene la misma temperatura a la del fluido (aire de la habitación).

La radiación se debe a la energía que los cuerpos emiten y depende de la temperatura y naturaleza del cuerpo. Cada cuerpo que tenga una temperatura superior a 0 K emite radiación electromagnética. Esto es consecuencia de las transiciones atómicas, relacionadas con la energía interna de su materia. La radiación puede verse tanto como una onda electromagnética propagándose o como transporte de partículas (fotones).

Cuando otro cuerpo intercepta esa radiación, se produce un intercambio radiante entre las superficies de ambos cuerpos. Si este intercambio se considera como uno térmico, entonces la energía transmitida se convierte en calor. No obstante, no todas las radiaciones electromagnéticas tienen la suficiente energía como para provocar estas variaciones de temperatura en los cuerpos. En la mayoría de los casos, los efectos térmicos de la radiación pueden ser despreciados.

El intercambio de calor por radiación, considerando la emisión y recepción de energía de un cuerpo, se muestra en la siguiente expresión:

$$q = (E - \alpha G) \cdot S = (\varepsilon \sigma T_w^4 - \alpha \sigma T_E^4) \cdot S = \varepsilon \sigma (T_w^4 - T_E^4) \cdot S \quad (10)$$

donde E es la potencia emisiva de la superficie, αG es la parte de la radiación absorbida por la superficie, S es el área de la superficie, ε es el coeficiente de emisividad, σ la constante de Stefan-Boltzman, α es la absorptividad de la superficie, T_w la temperatura de la superficie del cuerpo emisor y T_E la temperatura del recinto considerado.

2.4 Primer principio de la termodinámica

Tras diseñar la red térmica, ha de encontrarse la forma en que los nodos interactúan entre ellos. Si cada elemento se considera como un sistema y se aplica el primer principio de la termodinámica en él, entonces es posible obtener la evolución térmica del mismo. El primer principio de la termodinámica se expresa como [14]:

$$Q = W + \frac{dU}{dt} \quad (11)$$

Q representa el calor transferido por unidad de tiempo, tomado como positivo cuando entra al sistema, W es la transferencia de trabajo por unidad de tiempo, definido positivo cuando sale del sistema. Finalmente, dU/dt representa la energía térmica interna, U , por unidad de tiempo, t . El criterio de signos se representa en la Figura 2 [15]:

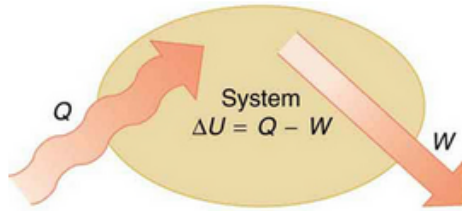


Figura 2, Primer principio de la termodinámica

Aplicación a la red térmica

El primer principio de la termodinámica se aplica en la red térmica cuando cada elemento o nodo de ella se considera como un sistema y se analiza su interacción con el ambiente.

Volviendo a la ecuación (11), si la transferencia de trabajo por unidad de tiempo es sustituida por el calor transferido del sistema a otros elementos y la energía térmica interna por unidad de tiempo por el calor que el sistema absorbe por unidad de tiempo (inercia térmica), la ecuación (11) entonces daría lugar a la siguiente expresión encontrada en la publicación de Changenet et al. [16]:

$$Q_i = \sum_{j, j \neq i}^n \frac{T_i - T_j}{R_{th}(i, j)} + m_i c_{p,i} \cdot \frac{dT_i}{dt} \quad (12)$$

donde m indica la masa de cada elemento.

La ecuación (12) es la base para resolver el problema planteado en el proyecto. Se aplicó en cada nodo de la red térmica, i , mientras que j hace referencia a cada nodo que está conectado al nodo i . En otras palabras, los nodos entre los que hay resistencias térmicas entre ellos e i son los únicos considerados en este proceso. Por otra parte, n indica el número total de nodos. La ecuación (12) puede interpretarse como: la potencia calorífica transferida del nodo i al j en un instante de tiempo determinado (primer

término del miembro derecho de la ecuación) se debe al calor generado, Q_i , menos el calor absorbido por unidad de tiempo (inercia térmica) en ese instante.

La ecuación (12) puede reescribirse [16] de otra manera:

$$Q_i = T_i \sum_{j, j \neq i}^n \frac{1}{R_{th}(i, j)} - \sum_{j, j \neq i}^n \frac{T_j}{R_{th}(i, j)} + m_i c_{p,i} \cdot \frac{dT_i}{dt} \quad (13)$$

3. MÉTODO

3 MÉTODO

El desarrollo del proceso seguido para lograr el objetivo y obtener los resultados se explica en este capítulo. El resultado final del proyecto es la evolución de la temperatura de los componentes de la caja de engranajes en función del tiempo transcurrido desde que el sistema empieza a operar. Las condiciones de funcionamiento de la máquina de ensayo, los componentes de la red térmica que se han usado para obtener esas temperaturas, las mediciones realizadas en el laboratorio para obtener los valores experimentales y validar el modelo, el programa en MATLAB realizado y la forma en que se puede implementar en el futuro características adicionales se explican en este capítulo.

3.1 Condiciones de funcionamiento

La precarga aplicada, el nivel de aceite, la velocidad tangencial en el engrane y el sentido de rotación son las variables de entrada del sistema. El acabado de los engranajes no es exactamente una condición de funcionamiento pero fue considerada también como variable de entrada.

De acuerdo al manual de la máquina FZG (sólo disponible para sus propietarios), hay distintos niveles de carga estandarizados, recogidos en la Tabla 1:

Tabla 1, Par en el piñón (precarga aplicada) en función del nivel de carga

Load Stage	Pinion Torque (Nm)
1	3.3
2	13.7
3	35.3
4	60.8
5	94.1
6	135.3
7	183.4
8	239.3
9	302.0
10	372.6
11	450.1
12	534.5

El **nivel de carga** usado en los experimentos fue el #5 aunque también algunos datos se tomaron cuando el sistema estaba operando sin precarga aplicada (pérdidas de potencia o rendimiento que son independientes de la carga).

En cuanto al lubricante, se consideraron dos **niveles de aceite**: uno hasta el centro del engranaje y otro de una inmersión de dos módulos del piñón en el aceite.

Aparte del nivel de carga, la **velocidad** es el parámetro de entrada que más influencia tiene sobre la temperatura de cada elemento. Se han estudiado cinco velocidades tangenciales de la rueda, que son las más comunes en los ensayos de eficiencia. Éstas son las siguientes: 0.5, 2, 8.3, 15 y 20 m/s. La equivalencia de esas velocidades tangenciales en revoluciones por minuto de la rueda es la siguiente: 87, 348, 1444, 2609 y 3479 rpm, respectivamente.

El **sentido de rotación** de las ruedas sólo se consideró para estimar, de forma teórica, las pérdidas de rendimiento debidas a la agitación del aceite: pudiendo hacer variar su valor hasta en 60 W, dependiendo del nivel de aceite, la velocidad de rotación de la rueda y su geometría, tal y, como Changenet et al. explicaron [16]. Sin embargo, éste no fue un factor relevante en el proyecto (sólo en cuanto a lo que el programa es capaz de hacer) ya que el sistema normalmente trabaja siempre con el mismo sentido de rotación.

Finalmente, el **acabado de los engranajes** es la otra variable de entrada. Ésta es principalmente importante por el valor de la rugosidad de la superficie, el cual varía dependiendo del acabado. Dos tipos diferente de acabado han sido estudiados: engranajes de superficie pulida y rectificadas.

En resumen, la tabla siguiente recoge las posibilidades mencionadas:

Tabla 2, Variables de entrada

Nivel de carga	Velocidad (m/s)	Nivel de aceite	Acabado
0	0.5	Hasta la mitad	Pulido
5	2		
7	8.3	2 módulos de inmersión	Rectificado
9	15		
	20		

3.2 Red térmica

La consecución del modelo térmico fue posible gracias a una red térmica que satisface las leyes de un circuito eléctrico. Una red térmica es análoga a una eléctrica cambiando sus elementos por unos de tipo térmico:

- Fuentes de corriente → Pérdidas de potencia o fuentes de potencia calorífica
- Resistencia eléctrica → Resistencia térmica
- Corriente eléctrica → Flujo calorífico
- Diferencia de potencial → Diferencia de las temperaturas entre dos nodos conectados para un instante de tiempo

La Figura 3 representa la red térmica utilizada para la caja de ensayos de engranajes. En ella se aprecian todas las resistencias térmicas y los nodos de la red, que se tratarán posteriormente con más detalle.

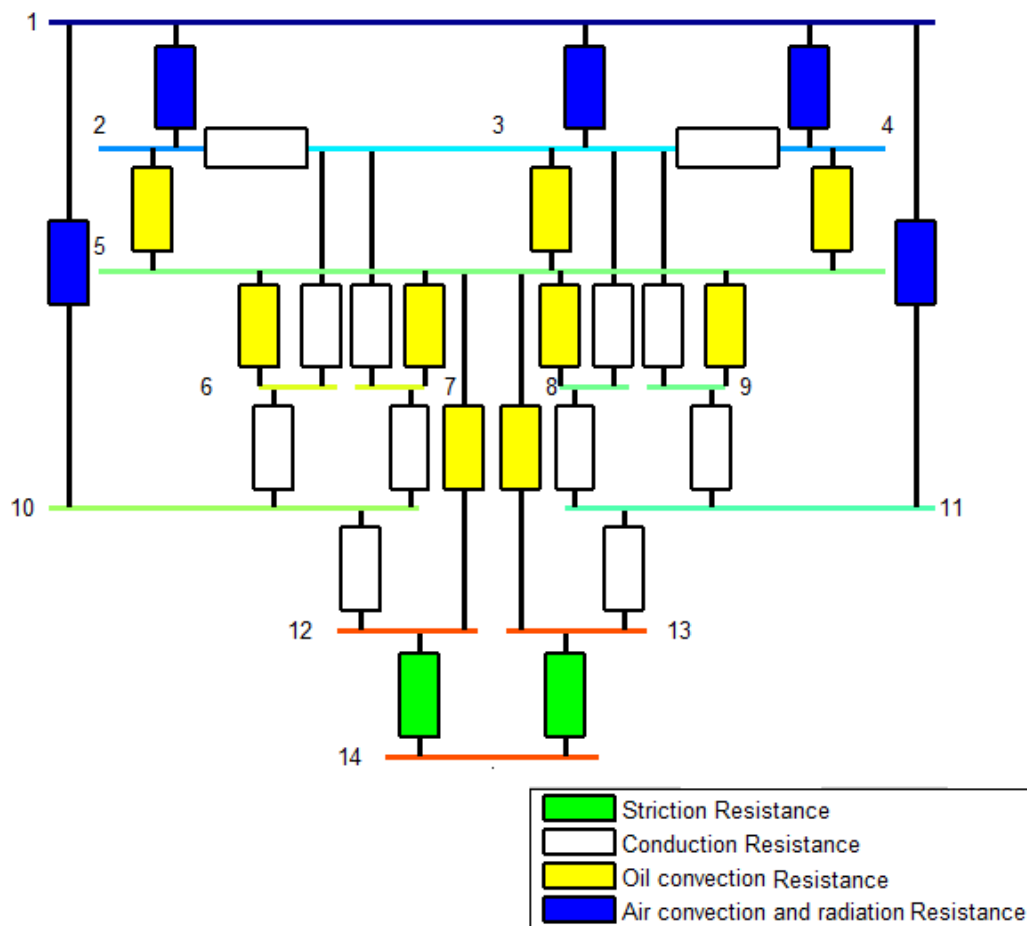


Figura 3, Red térmica de la caja de ensayos de engranajes

3.2.1 Nodos

Los nodos son lo primero a definir en una red térmica. Cada nodo representa un elemento del sistema. Para hallar la temperatura de un elemento, se definió el nodo en cuestión en una línea o superficie de ese elemento y se tomó la temperatura de esa línea como la misma en todo el elemento. Esto es por lo que se consideró al sistema como uno en el que se puede aplicar el método de la capacitancia, el cual asume que la temperatura de cada parte del elemento es la misma entre sí para cada instante de tiempo, suponiendo una conducción infinita en todo ello. Es decir, para un instante de tiempo la temperatura del elemento es la misma en todas sus partes y para el instante siguiente esa temperatura, que puede ser distinta a la anterior, también es igual en todas las partes del elemento. Sin embargo, sí que se consideró conducción entre distintos nodos, así que dónde definir los nodos es lo que establece los límites en términos de conducción.

Hay catorce elementos que intervienen en el proceso de transferencia de calor, lo que supone que haya catorce nodos implicados también. La Tabla 3 muestra la correspondencia nodo-elemento y la Figura 4 muestra los elementos externos de la caja.

Tabla 3, Correspondencia nodo-elemento

Nodo	Elemento
1	Aire ambiente
2	Parte inferior de la caja
3	Parte lateral de la caja
4	Parte superior o tapa de la caja
5	Aceite
6	Rodamiento del eje del piñón
7	Rodamiento del eje del piñón
8	Rodamiento del eje de la rueda
9	Rodamiento del eje de la rueda
10	Eje del piñón
11	Eje de la rueda
12	Piñón
13	Rueda
14	Contacto en el engrane

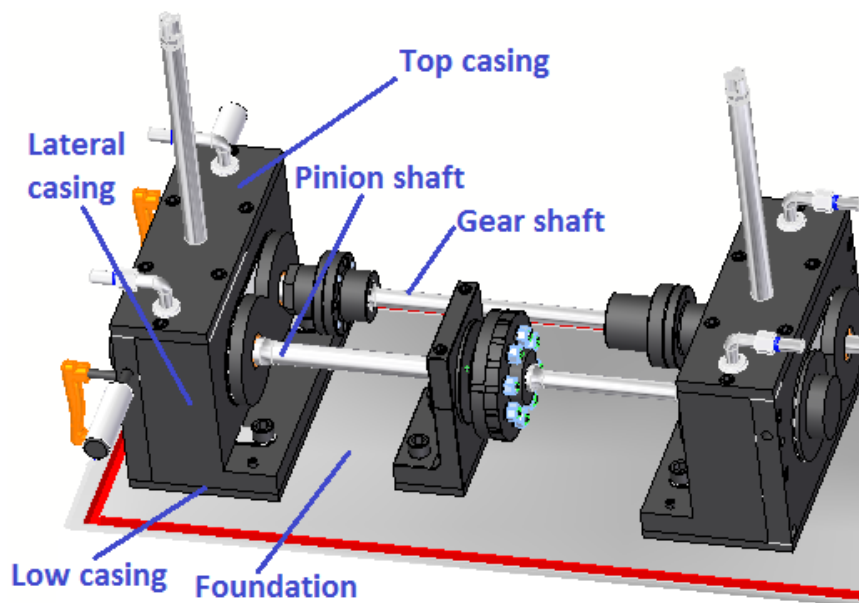


Figura 4, Elementos externos de la caja de ensayos de engranajes: cada parte de la caja (*casing*), bancada (*foundation*), elemento cilíndrico de la parte superior de la caja y partes exteriores del eje del piñón y de la rueda (*pinion shaft*, *gear shaft*)

1. **Aire ambiente.** El calor disipado del sistema va hacia fuera, al aire de la habitación con el que está en contacto. El aire está más frío que el resto de componentes cuando el sistema está en funcionamiento. Se asumió que la temperatura del aire era siempre constante y de valor 23°C dado su gran volumen.
2. **Parte inferior de la caja.** Es la superficie plana que sostiene el resto de la caja y el aceite. Se ha considerado que cada parte de la caja tiene el mismo ancho y largo formando un paralelepípedo. Cada parte de la caja está fabricado con acero de fundición, EN-GJL-300.
El nodo está definido en la mitad del espesor de la parte inferior de la caja. Se calienta por la conducción con el resto de las partes de la caja y por convección y radiación por la bancada, considerada como una aleta rectangular.
3. **Parte lateral de la caja.** Está compuesta por cuatro superficies planas verticales entre la parte inferior y la superior de la caja.
Su nodo corresponde a la parte externa de los rodamientos y al borde imaginario del rectángulo situado a la mitad de su altura.
Al igual que el nodo anterior, la transferencia de calor por conducción, convección y radiación tiene lugar aquí.
4. **Parte superior de la caja.** Es análogo a la parte inferior, pero encima de la parte lateral. Además, tiene un elemento cilíndrico considerado como una aleta, que disipa calor.

La Figura 5 y la Figura 6 muestran la definición de los nodos de la caja (líneas rojas) y las resistencias térmicas de conducción que hay entre ellas.

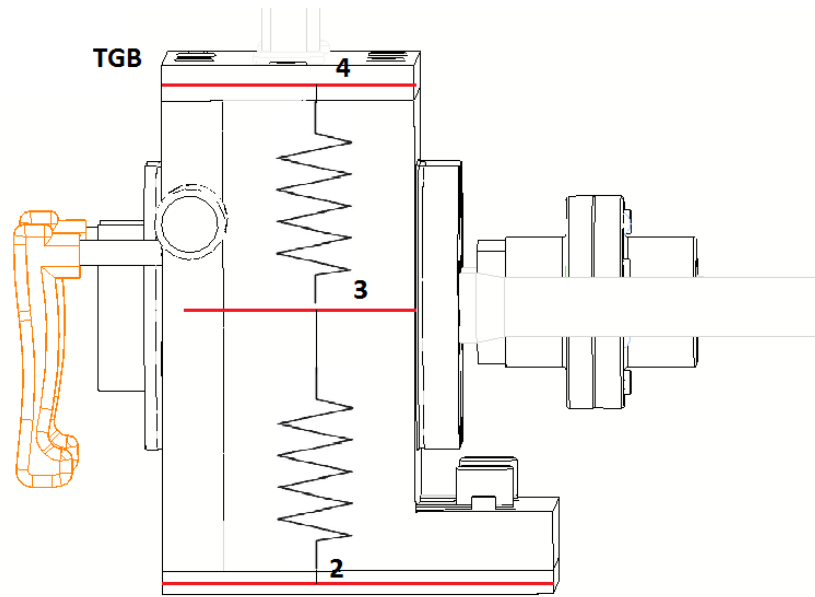


Figura 5, Nodos de la caja. Vista frontal

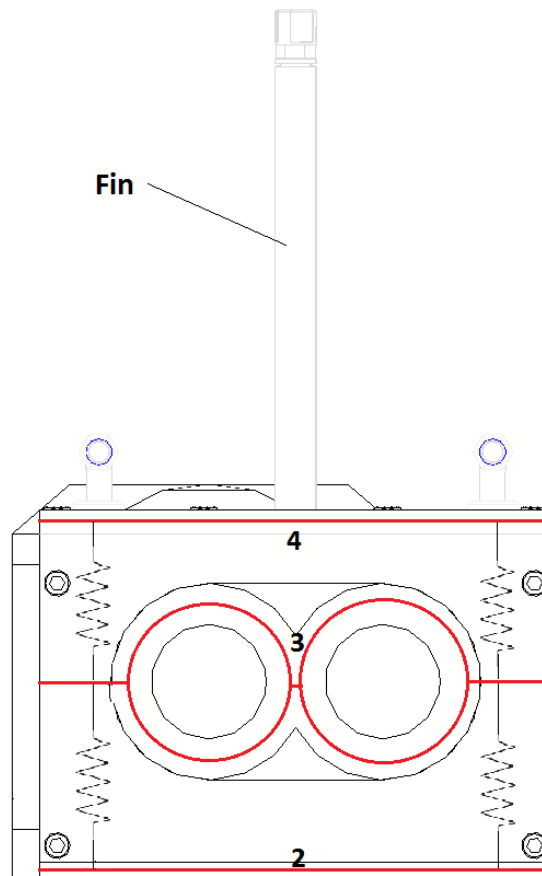


Figura 6, Nodos de la caja. Vista lateral

5. **Aceite.** Es un componente básico en la red térmica. Las pérdidas de rendimiento por agitación del aceite son consecuencia de la lubricación por barbotaje. Dos niveles de aceite se han considerado: hasta el centro de los engranajes y una profundidad de inmersión del piñón en el aceite de dos

módulos. La viscosidad del lubricante tiene una gran influencia en la temperatura del resto de la red por convección.

- 6,7. Rodamientos en el eje del piñón.** Están situados en cada extremo de la parte del eje del piñón que está en el interior de la caja. La denominación de los rodamientos es FAG NJ 406: rodamientos de rodillos cilíndricos. Están fabricados con acero aleado: AISI 52100.

El nodo está definido en la circunferencia que une el centro de cada rodillo. Aquí también hay que considerar una fuente de generación de calor, debida a la fricción por rodadura, deslizamiento y resistencia al avance por el aceite. La conducción con el eje y la caja y la convección con el aceite son los mecanismos de transferencia de calor que experimenta.

- 8,9. Rodamientos en el eje de la rueda.** La explicación es análoga a la de los rodamientos del eje del piñón, salvo que están situados en el eje de la rueda.

- 10. Eje de piñón.** Corresponde a la parte del eje del piñón situada en el interior de la caja de ensayos de engranajes. Además de eso, su parte exterior es tenida en cuenta como una aleta que disipa el calor de la parte que está en el interior de la caja.

El nodo corresponde a la superficie que está en contacto con la parte interior del piñón.

La convección con el aceite, la conducción y el calor disipado hacia el aire son los mecanismos de transmisión de calor de los ejes. La composición considerada para los ejes fue 20MnCr5.

- 11. Eje de la rueda.** Su definición es análoga a la del eje del piñón, salvo que su otro extremo también tiene una parte externa que sobresale de la caja, donde hay pérdidas de retén. Por tanto, para cada una de las dos cajas puede haber dos distintas pérdidas por retén en el eje de la rueda, a diferencia del otro eje, que da lugar a una.

- 12. Piñón.** Está hecho de acero forjado. Su composición es 16MnCr5.

Se ha establecido el nodo en el radio de trabajo.

Conducción, convección con el aceite y la deformación elástica debida al engrane de los dientes son los tipos de resistencias térmicas considerados.

- 13. Rueda.** Su definición es análoga a la del piñón, salvo que su temperatura es más fácil de medir experimentalmente dado su mayor tamaño.

- 14. Contacto en el engrane.** Para obtener esta temperatura no se considera masa, luego no se integra. Sólo depende de la resistencia debida a la deformación elástica por el contacto entre engranajes (*striction*), la temperatura de las ruedas y el calor que genera como consecuencia de la fricción.

La Figura 7 muestra la definición de los nodos de los rodamientos, ejes, engranajes y parte lateral de la caja:

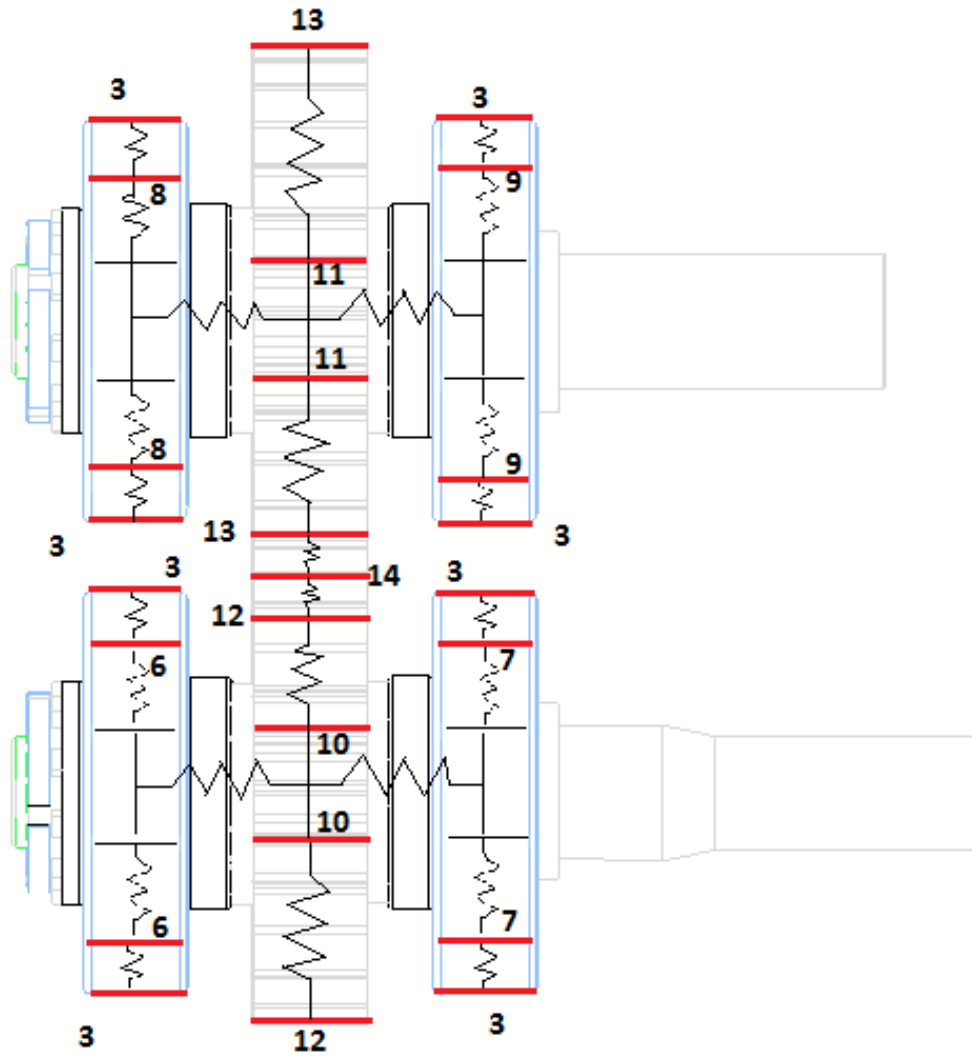


Figura 7, Representación de los nodos del rodamiento, ejes y engranajes. Planta/vista frontal

Todos los datos geométricos y térmicos necesarios sobre cada elemento/nodo están recogidos en el ANEXO A.

Para poder aplicar la ecuación (13) a cada nodo de la red térmica y así obtener su temperatura en cada instante de tiempo, las resistencias térmicas, las fuentes de potencia calorífica (pérdidas de potencia) y la inercia térmica tuvieron que hallarse. Cada propiedad termo-física necesaria para poder aplicar la ecuación (13), bien para calcular las resistencias térmicas o bien para la inercia térmica, se obtuvieron por la interpolación de parejas de valores (propiedad-temperatura) y aproximación a una expresión polinómica mediante el uso de *MATLAB* (excepto aquellos que se asumieron constantes).

3.2.2 Resistencias térmicas

Cómo hallar cada resistencia térmica y especialmente las pérdidas de potencia ha sido tema de discusión hasta el punto de no haber un acuerdo universal en su formulación. En consecuencia, hay una complejidad en este sentido aunque se cree que las expresiones seleccionadas son las más concordes a este modelo específico.

Cada resistencia térmica fue almacenada en una matriz simétrica, en la que cada componente representa la resistencia térmica entre los nodos definidos por sus índices, es decir, $R_{th}(i,j)$ es la resistencia térmica entre el nodo i y el j . La matriz de resistencias térmicas se expresa del siguiente modo:

$$R_{th} = \begin{pmatrix} R_{th}(1,1) & \cdots & R_{th}(1,14) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{th}(14,1) & \cdots & R_{th}(14,14) \end{pmatrix}$$

en la que cada término de la diagonal es cero.

Las resistencias térmicas tienen diferente naturaleza dependiendo de la manera en la que ocurre el intercambio de energía. Por tanto, comenzando desde la parte más interna de la caja (contacto entre ruedas) y yendo hacia afuera hacia el ambiente, las siguientes resistencias han sido consideradas: debida a la deformación elástica entre engranajes, conducción, convección y radiación.

Resistencia debida a la deformación elástica entre engranajes

Si tanto el piñón como la rueda se consideran como cuerpos cilíndricos, ha de considerarse una resistencia entre ellos, estableciendo un nodo en el contacto al engranar. Esta resistencia [16] está causada por la deformación elástica de las superficies cilíndricas a lo largo de la línea de contacto debida a la presión existente (es un contacto Hertziano), tal y como Jelaska explicó [17]. La ecuación (14) representa la resistencia comentada:

$$R_{th} = \frac{0.767 a}{\sqrt{l_h} b k \sqrt{V}} \quad (14)$$

El valor de la velocidad media de rodadura, V , es la semisuma del producto entre el radio de curvatura y la velocidad angular del piñón/rueda. Este radio se estimó [17] de la siguiente forma:

$$\rho = R_b \cdot \tan(\alpha) \quad (15)$$

La anchura del contacto Hertziano, l_h , que depende de la carga, oscila entre 50 y 80 μm para esta pareja de engranajes, con lo que se ha tomado como 65 μm .

De esta forma $R_{th}(14,12)$ y $R_{th}(14,13)$ quedaron definidas.

Resistencia de conducción

Los siguientes nodos de la red térmica tienen una resistencia de conducción entre ellos: el piñón y su eje, la rueda y su eje, cada eje con los rodamientos con los que está en contacto, cada uno de los cuatro rodamientos con la parte lateral de la caja y finalmente entre la parte lateral de la caja y las partes inferior y superior.

En primer lugar, después de que el contacto en el engrane transmita el calor generado hacia la masa del piñón y la rueda, se conduce hacia los elementos con los que están en contacto.

- Rueda-eje. Hay conducción entre el radio de trabajo de cada rueda y la parte en contacto con la superficie de su eje, tomando la rueda como un elemento cilíndrico:

$$R_{th}(12,10) = \frac{\ln \left(\frac{R_{wp}}{R_{10}} \right)}{2\pi k_p b_p} \quad (16)$$

$$R_{th}(13,11) = \frac{\ln \left(\frac{R_{wg}}{R_{11}} \right)}{2\pi k_g b_g} \quad (17)$$

- Eje-rodamiento. La transferencia de calor por conducción tiene lugar entre la superficie del eje en contacto con la rueda axialmente hasta y la parte interior del rodamiento y de ahí radialmente hasta la circunferencia imaginaria que conecta el centro de cada rodillo del rodamiento (d_m).

Desde el eje del piñón hasta el rodamiento:

$$R_{th}(10,6) = R_{th}(10,7) = \frac{\frac{b_p}{2} + d + \frac{B_6}{2}}{k \pi R_{10}^2} + \frac{\ln \left(\frac{d_m}{2 \cdot R_{10}} \right)}{2\pi k_6 \cdot B_6} \quad (18)$$

donde d es la distancia entre las caras laterales del rodamiento y el piñón (13 mm).

La Figura 8 muestra cómo se ha obtenido esta resistencia térmica. También es aplicable para el caso eje de la rueda-rodamiento:



Figura 8, $R_{th}(10,6)$ equivalente. Primero axialmente a lo largo del eje (primer término de las ecuaciones (18) y (19)) y después radialmente desde la parte interior de los rodamientos hasta los rodillos (segundo término de ambas ecuaciones)

Desde el eje de la rueda hacia cada rodamiento:

$$R_{th}(11,8) = R_{th}(11,9) = \frac{\frac{b_g}{2} + d + \frac{B_8}{2}}{k \pi R_{11}^2} + \frac{\ln\left(\frac{d_m}{2 \cdot R_{11}}\right)}{2\pi k_8 \cdot B_8} \quad (19)$$

- Rodamiento-caja. Hay una transferencia de calor por conducción, radialmente desde el centro de los rodillos del rodamiento hasta el radio exterior del rodamiento, que está en contacto con la parte lateral de la caja.

$$R_{th}(6,3) = R_{th}(7,3) = R_{th}(8,3) = R_{th}(9,3) = \frac{\ln\left(\frac{D_{6,out}}{d_m}\right)}{2\pi k_6 \cdot B_6} \quad (20)$$

- Parte lateral de la caja-parte inferior y superior. Conducción desde la parte lateral hasta la inferior y la placa superior. La Figura 9 representa cómo se hallaron $R_{th}(3,2)$ y $R_{th}(3,4)$.

$$R_{th}(3,2) = \left(\frac{\frac{2}{0.5 \cdot h_3}}{e_{3,l} L_{3,out} k_3} + \frac{\frac{2}{0.5 \cdot h_3}}{e_{3,b} b_2 k_3} \right)^{-1} + \left(\frac{\frac{2}{0.5 \cdot e_2}}{e_{3,l} L_2 k_2} + \frac{\frac{2}{0.5 \cdot e_2}}{e_{3,b} b_2 k_2} \right)^{-1} \quad (21)$$

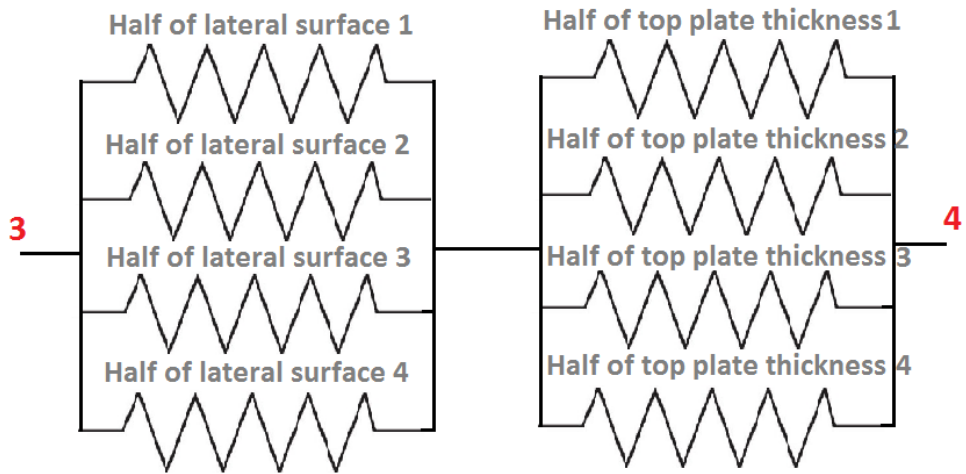


Figura 9, $R_{th}(3,4)$ equivalente. El primer grupo de las cuatro resistencias en paralelo hace alusión a la conducción desde la altura media de la parte lateral de la caja (*half of lateral surface*) hasta la superficie de la parte superior con la que está en contacto y el segundo representa la conducción desde este último hasta la mitad del espesor de la placa (*half of top plate thickness*)

$$R_{th}(3,4) = \left(\frac{\frac{2}{0.5 \cdot h_3}}{e_{3,l} L_{3,out} k_3} + \frac{\frac{2}{0.5 \cdot h_3}}{e_{3,b} b_4 k_3} \right)^{-1} + \left(\frac{\frac{2}{0.5 \cdot e_4}}{e_{3,l} L_4 k_4} + \frac{\frac{2}{0.5 \cdot e_4}}{e_{3,b} b_4 k_4} \right)^{-1} \quad (22)$$

donde b_2 y b_4 representan la anchura de la parte inferior y de la parte superior de la caja, respectivamente.

Resistencia de convección

Para cada proceso de convección, la resistencia térmica se halló tras haber estimado el número medio de Nusselt. La expresión para hallar esta resistencia, que depende del área de la superficie de intercambio A y del coeficiente de película h , es la siguiente [2]:

$$R_{th} = \frac{1}{A h_{conv}} = \frac{1}{A} \left(\frac{L}{k Nu} \right) \quad (23)$$

El lubricante y el aire son los fluidos que intervienen en los procesos de convección. El lubricante está en contacto directo con el piñón, la rueda, la caja y los rodamientos considerando el proceso como uno de convección forzada cuando el equipo está en funcionamiento –el movimiento del aceite es consecuencia de los elementos en rotación: ejes, ruedas, y rodamientos-. La convección del aire tiene lugar sobre las partes externas del sistema: la caja y las partes exteriores de cada eje.

Así pues, el análisis de la convección del **aceite** sería el siguiente:

- Aceite y caja. El valor medio del número de Nusselt se estimó utilizando las expresiones que aparecen en la publicación de Fdez. Benítez y Corrochano [13] para el caso de convección forzada entre fluido y placa (los elementos de la caja son superficies planas: horizontales o verticales) despreciando los efectos viscosos. Esas ecuaciones dependen del movimiento del fluido, que puede ser laminar, turbulento o uno intermedio:

$$\text{Si } Re < 5 \cdot 10^5, \quad Nu = 0.664 \cdot Re^{0.5} \cdot Pr^{1/3} \quad (24)$$

$$\text{Si } 5 \cdot 10^5 \leq Re < 10^7, \quad Nu = Pr^{1/3} \cdot (0.037 \cdot Re^{0.8} - 872) \quad (25)$$

$$\text{En otro caso,} \quad Nu = Pr^{1/3} \cdot [0.228 \cdot Re \cdot (\log_{10} Re)^{-2.584} - 872] \quad (26)$$

Para calcular los números de Nusselt y las resistencias térmicas entre el aceite y las placas, las propiedades termo-físicas se tuvieron que hallar a la temperatura media de película: entre la temperatura del lubricante y la de la superficie del elemento.

La longitud característica utilizada en los números de Grashof, Reynolds y Nusselt fue la altura para la parte lateral de la caja y la longitud para las placas horizontales. El número de Reynolds depende de las características de la interacción fluido-superficie, como su **velocidad** específica (ver ecuación (7)). La velocidad tangencial del aceite en cada superficie varía en función de la velocidad de la rueda, el nivel de aceite usado y la parte específica de la caja considerada.

Hartono et al. hicieron un estudio sobre el movimiento del aceite en el interior de una caja de engranajes [11]. En función del nivel de aceite y de la

velocidad tangencial de la rueda, obtuvieron distintos resultados. Las imágenes incluidas en el ANEXO B, obtenidas según el trabajo de Hartono et al., representan el movimiento del aceite, incluyendo valores concretos de su velocidad para velocidades bajas. En base a esto, tuvo que encontrarse una función que relacione la velocidad tangencial del lubricante sobre cada superficie con la velocidad de la rueda y el nivel de aceite. Esta velocidad parece depender también de la viscosidad del aceite aunque no lo hayan considerado. No obstante, sí que aparece su influencia directa cuando se calcula el número de Reynolds. Se obtuvo empleando las velocidades disponibles comentadas para cada nivel de aceite e interpolando para valores mayores de velocidad de la rueda ajustándolo a un polinomio de tercer grado. El problema es la precisión de esas expresiones, dado que se estimaron basándose en funciones deducidas, sin información desde una velocidad de la rueda de 2 m/s en adelante. Las expresiones supuestas son las siguientes:

Hasta velocidades de la rueda de 2 m/s se tiene:

$$v_2 = x \cdot 0.05 \cdot v_{gear} + y \cdot 0.06 \cdot v_{gear} \quad (27)$$

$$v_3 = x \cdot 0.1 \cdot v_{gear} + y \cdot 0.08 \cdot v_{gear} \quad (28)$$

donde v_2 y v_3 son las velocidades tangenciales del aceite en la parte inferior de la caja y la lateral, respectivamente. En caso de ser un nivel de aceite hasta la mitad (centro de los engranajes), $x=1$ e $y=0$ y en caso de haber un nivel de aceite donde el nivel de inmersión del piñón sea de dos módulos de su geometría, sería $x=0$ e $y=1$.

Para este caso el lubricante no contacta nunca con la tapa de la caja. No hay conexión entre los nodos 4 y 5 de la red térmica o, en otras palabras, la conductancia entre ellos es nula.

Para velocidades de la rueda mayores que 2 m/s, la velocidad tangencial del lubricante es:

$$v_2 = x \cdot (-7 \cdot 10^{-4} v_{gear}^3 + 0.0261 v_{gear}^2 + 0.1148 v_{gear} - 0.1373) + y \cdot (-8 \cdot 10^{-4} v_{gear}^3 + 0.0313 v_{gear}^2 + 0.1377 v_{gear} - 0.1648) \quad (29)$$

$$v_3 = x \cdot (-9.6 \cdot 10^{-4} v_{gear}^3 + 0.0392 v_{gear}^2 + 0.1084 v_{gear} - 0.02304) + y \cdot (-9.6 \cdot 10^{-4} v_{gear}^3 + 0.0392 v_{gear}^2 + 0.0284 v_{gear} - 0.02304) \quad (30)$$

$$v_4 = x \cdot (-1.8 \cdot 10^{-3} v_{gear}^3 + 0.072 v_{gear}^2 - 0.1937 v_{gear} + 0.0797) + y \cdot (-4 \cdot 10^{-4} v_{gear}^3 + 0.0167 v_{gear}^2 - 0.0617 v_{gear} + 0.0208) \quad (31)$$

siendo v_4 la velocidad tangencial del aceite en la tapa de la caja.

Sustituyendo en la ecuación (23) el número de Nusselt calculado, el área de la superficie de intercambio de calor y la longitud característica, se obtuvieron $R_{th}(5,2)$, $R_{th}(5,3)$, $R_{th}(5,4)$.

- Aceite y piñón/rueda. Para obtener el número medio de Nusselt, la expresión usada para un disco en rotación está definida en [2]:

$$\text{Si } Re < 2.5 \cdot 10^5, \quad Nu = 0.4 \cdot Re^{1/2} \cdot Pr^{1/3} \quad (32)$$

$$\text{En otro caso,} \quad Nu = 0.238 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.6} \quad (33)$$

La velocidad del fluido necesaria para poder hallar los anteriores números de Reynolds en los casos de piñón y rueda fue tomada como el producto entre el radio de trabajo y la velocidad angular (velocidad tangencial).

Además de eso, el efecto de la rotación de las ruedas incidiendo en el aceite (salpicando) se tuvo que considerar en algún momento. En consecuencia, se añadió una resistencia térmica adicional en paralelo con la anterior (ver Figura 12), dando lugar a una resistencia equivalente de convección. Esta resistencia representa la eliminación de calor por el movimiento centrífugo [2]:

$$R_{th,fling-off} = \frac{\pi}{b Z \left(0.058 + \frac{1.112}{\left[1 + \exp\left(\frac{\psi - 0.731}{0.233}\right) \right]^{0.455} \cdot H_{tooth} \cdot k \cdot \sqrt{\tau \cdot \omega^2}} \right)} \quad (34)$$

donde algunos de los parámetros de la fórmula anterior se hallaron del siguiente modo:

$$\psi = \left(\frac{R_p a (\tau \omega)^2}{v H_{tooth}} \right)^{1/4} \quad (35)$$

$$\tau = \frac{\frac{3}{4} \cdot 2\pi - \gamma}{\omega} \quad (36)$$

$$\gamma = \arccos\left(1 - \frac{h}{R_p}\right) \quad (37)$$

En las ecuaciones previas, h indica la profundidad de inmersión de la rueda/piñón en el aceite y R_p el radio primitivo de referencia. El ángulo γ queda mejor explicado en la siguiente imagen:

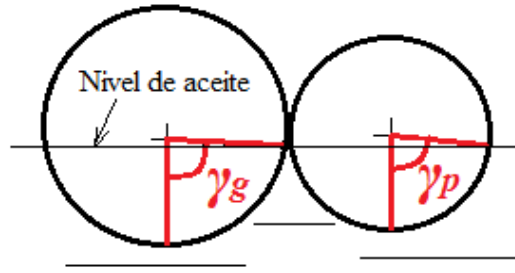


Figura 10, Representación gráfica del ángulo γ

De este modo, la resistencia de convección se halla usando el número de Nusselt, la longitud característica y el área de intercambio. Este último término se estimó de la siguiente forma:

$$A = 2 \cdot \left[\left(\pi R_p^2 - \pi R_{in}^2 \right) + \pi R_p b + \frac{2 Z \frac{\pi}{2} \cdot H_{tooth} b}{\pi \cdot \cos(\alpha)} + 2\pi \frac{D_{web}}{2} b_{web} \right] \quad (38)$$

siendo R_p el radio primitivo de referencia, D_{web} el diámetro exterior del cubo y b_{web} la distancia entre la cara lateral de la corona y la del extremo del cubo del engranaje. Estos dos últimos parámetros quedan mejor explicados al observar la Figura 11. Las demás variables están definidas en el apartado de nomenclatura.

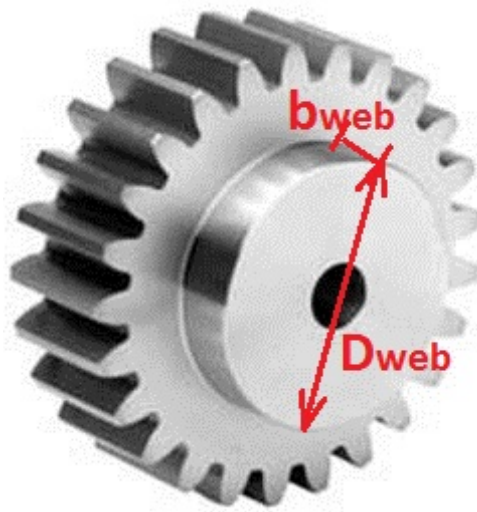


Figura 11, Dimensiones referentes al cubo de la rueda [18]

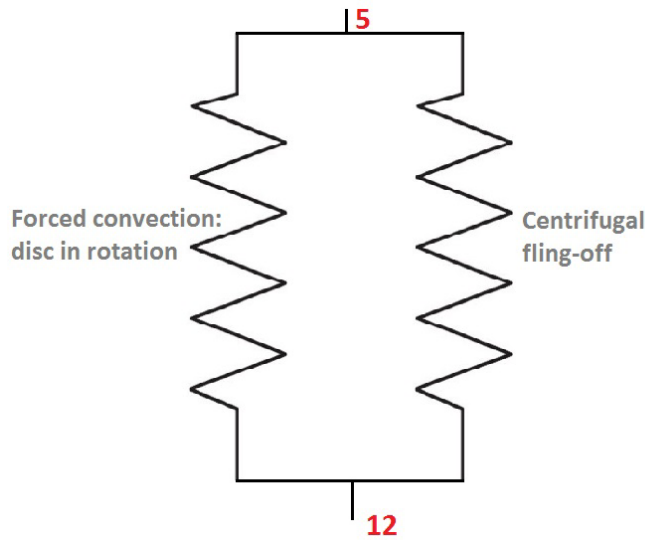


Figura 12, $R_{th}(12,5)$ equivalente al poner en paralelo la debida a un disco en rotación en contacto con aceite (*disc in rotation*) y al salpicado entre el lubricante y el engranaje (*centrifugal fling-off*)

- Aceite-rodamientos. La transferencia de calor por convección entre el aceite y los rodamientos es consecuencia del movimiento centrífugo rodamiento-lubricante y también del efecto provocado al tratarse de un disco en rotación en contacto con aceite (el anillo interior está girando). Por tanto, las expresiones (32), (33) y (34) fueron útiles también para este caso al ser de la misma naturaleza. No obstante, la transferencia de calor debida al salpicado del aceite es más baja en el caso del piñón. En consecuencia, dado que la resistencia debida a la convección de un disco en rotación y la del salpicado por el movimiento centrífugo están en paralelo, la resistencia del salpicado en el caso del aceite tuvo que ser mayor (suponiendo que es tres veces el valor de la del caso del piñón).

Para calcular los números de Reynolds de las ecuaciones (32) y (33), la velocidad del aceite en los rodamientos es imprescindible. Para hallar la velocidad de la jaula, se utilizaron las expresiones dadas por Harris [19]. De acuerdo a la Figura 13, v_m era la velocidad deseada. Su valor es la media aritmética entre v_o y v_i , así que lo primero a hacer fue obtener ambos valores. Es importante resaltar que para los rodamientos usados las ecuaciones se tuvieron que particularizar para los valores de $\alpha=0^\circ$ y $v_o=0$ dado que n_o también era nula (está fijado a la parte lateral de la caja).

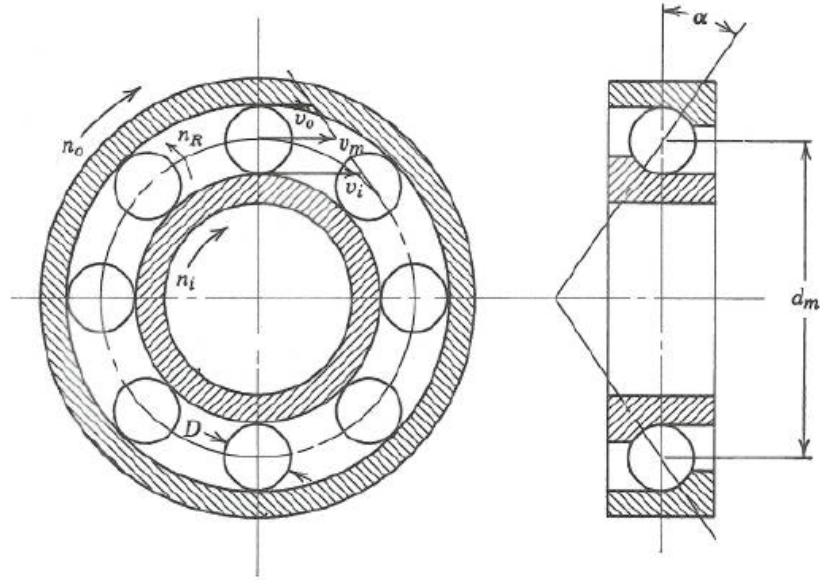


Figura 13, Velocidades en el rodamiento [19]

$$v_i = \frac{1}{2} \omega_i (d_m - D) \quad (39)$$

con ω_i indicando la velocidad angular del eje al que está ajustado: bien el de la rueda o bien el del piñón.

$$v_m = \frac{1}{2} (v_i + v_o) = \frac{1}{2} v_i \quad (40)$$

Por tanto, la expresión final de v_m es:

$$v_m = \frac{\pi}{120} n_i \cdot d_m \cdot \left(1 - \frac{D}{d_m}\right) \quad (41)$$

La Figura 14 muestra dos rodamientos de la caja esclava, que están en contacto con el lubricante, la caja y los ejes.



Figura 14, Parte lateral de la caja y dos rodamientos en la caja esclava

Para tener en cuenta los **intercambios de calor con el aire ambiente**, se hallaron las resistencias térmicas entre el aire y los ejes y el aire y la caja. En el caso de la caja, se consideró tanto radiación como convección (ver Figura 15). La contribución de la convección también está basada en el número medio de Nusselt.

- Aire-caja de ensayos. Para estimar el número de Nusselt, se consideró convección natural, puesto que no hay un aparato externo en la habitación en la que se encontraba el equipo que impulse el aire. Las expresiones para el número de Nusselt se cogieron de [2].

Para la parte lateral se emplearon las correlaciones para superficies verticales:

$$Nu = 0.28 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0.3} \quad (42)$$

Para la parte de arriba de la caja, se utilizaron las correlaciones para placas horizontales, dando lugar a:

$$Nu = 0.2 \cdot (Gr \cdot Pr)^{0.32} \quad (43)$$

Las propiedades termo-físicas usadas para hallar el número de Nusselt se calcularon a la temperatura media de película entre el aire y la caja.

Sin embargo, dado que la parte inferior de la caja está apoyada sobre una bancada, no tiene contacto directo con el aire por convección, pero a través de esa bancada sí que disipa calor. La bancada se tomó como una aleta rectangular donde disipa calor a lo largo de sí misma y hacia el aire.

Para obtener la eficiencia de la aleta, como Durand de Gevigney et al. [2] afirmaron, se hicieron algunas hipótesis: se puede realizar un estudio unidimensional en lugar de tener en cuenta también el ancho de la aleta; la longitud de la aleta puede ser la mitad de la distancia que hay entre la caja de ensayos y la esclava porque el comportamiento para ambas es análogo. Además, el extremo de esta mitad está aislado (extremo adiabático). La expresión de la eficiencia de la aleta para este caso es la siguiente:

$$\eta = \frac{q_{fin}}{q_{max}} = \frac{\tanh\left(\sqrt{\frac{U P}{k A}} \cdot L\right)}{\sqrt{\frac{U P}{k A}} \cdot L} \quad (44)$$

donde \tanh es la tangente hiperbólica, U indica el coeficiente global de transferencia de calor de la aleta (radiación y convección), P representa el perímetro de la sección de la aleta y A el área de la superficie transversal de la aleta:

$$P = 2 \cdot b + 2 \cdot e \quad (45)$$

$$A = b \cdot e \quad (46)$$

donde b es la anchura de la bancada y e su espesor.

Por tanto, la eficiencia quedaría como:

$$\eta_{foun} = \frac{th \left(\sqrt{\frac{2U}{k e_{foun}}} \cdot l \right)}{\sqrt{\frac{2U}{k e_{foun}}} \cdot l} \quad (47)$$

Este último término se utilizó para hallar el área de la superficie de intercambio de calor que se sustituye en la ecuación (23). El área equivalente de la superficie de intercambio de calor tiene en cuenta el elemento específico y la contribución de su aleta a la transferencia de calor:

$$A = A_{casing} + \eta_{foun} \cdot A_{foun} \quad (48)$$

En cuanto a la parte superior de la caja, el elemento cilíndrico se tomó también como una aleta que disipa calor. Cuando el equipo está en funcionamiento se comprobó que la aleta estaba bastante más caliente cerca de la caja que en su extremo. De acuerdo a eso, el extremo se consideró como uno activo. Bajo estas hipótesis, el calor disipado por la aleta sería el siguiente [13]:

$$q_{fin} = US\theta_b \cdot \eta_{fin} = k \sqrt{\frac{UP}{kA}} A\theta_b \cdot \frac{\sinh \left(\sqrt{\frac{UP}{kA}} L \right) + U_{end} \cosh \left(\sqrt{\frac{UP}{kA}} L \right)}{\cosh \left(\sqrt{\frac{UP}{kA}} L \right) + U_{end} \sinh \left(\sqrt{\frac{UP}{kA}} L \right)} \quad (49)$$

El perímetro, el área transversal y la superficie externa expuesta a la convección quedarían expresados, respectivamente, como:

$$P = 2\pi R \quad (50)$$

$$A = \pi R^2 \quad (51)$$

$$S = 2\pi RL \quad (52)$$

donde R es el radio del cilindro, L su longitud y U_{end} el coeficiente global de transferencia de calor del extremo de la aleta.

Por tanto, la eficiencia de la aleta cilíndrica sería la siguiente, tomando $U_{end}=U$ [13]:

$$\eta_{fin} = \frac{\tanh\left(\sqrt{\frac{2U}{kR}} \cdot L_c\right)}{\sqrt{\frac{2U}{kR}} \cdot L_c} \quad (53)$$

siendo L_c la longitud corregida:

$$L_c = L + 1/4D_{fin} \quad (54)$$

El área equivalente de intercambio de calor se ha obtenido de forma análoga a la ecuación (48).

La eficiencia de ambas aletas se obtuvo usando sus propios datos considerando las propiedades termo-físicas (Gr , Pr) a la temperatura media de película entre el elemento aleteado y el aire. Después, cada resistencia térmica global se calculó con los datos de la caja, excepto el área de la superficie de intercambio de calor, que es un área equivalente que incluye el calor disipado a lo largo de la aleta.

- Aire-ejes. El eje del piñón continúa también fuera de la caja, entre la de ensayos y la esclava. Por su parte, el eje de la rueda continúa en ambos lados: entre las cajas y también en los otros extremos. Por tanto, hay un intercambio de calor entre esos ejes y el aire que ha de ser considerado, comportándose como aletas cilíndricas de la parte del eje que está en el interior de la caja. Utilizando las correlaciones para cilindros que rotan, extraídas de [2], la obtención del número de Nusselt quedaría de la siguiente forma, tomando su diámetro como la longitud característica:

$$\text{Si } Re < 2500, \quad Nu = 0.4 \cdot Gr^{0.25} \quad (55)$$

$$\text{Si } 2500 < Re < 15000, \quad Nu = 0.095 \cdot (0.5 \cdot Re^2 + Gr)^{0.35} \quad (56)$$

$$\text{Si } Re > 15000, \quad Nu = 0.073 \cdot Re^{0.7} \quad (57)$$

La velocidad del aire alrededor a los ejes necesaria para obtener el número de Reynolds de las ecuaciones (55), (56) y (57) se definió como el producto de la velocidad angular del eje y su radio (velocidad tangencial de su superficie).

También fue útil la expresión (44) para hallar la eficiencia de la aleta, salvo que en este caso el espesor de la bancada hubo de sustituirse por el radio del eje en cuestión.

La longitud y el área de la superficie exterior de la aleta del piñón se hallaron del siguiente modo:

$$L_{fin} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^4 L_{out,i} \quad (58)$$

$$S = \eta_{fin} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^4 2\pi R_{out,i} L_{out,i} \quad (59)$$

En cuanto al eje de la rueda, la parte del eje en el exterior de la caja que no está entre ambas cajas se tuvo que tener en cuenta también. De este modo, las anteriores expresiones se transformarían en las siguientes para este caso:

$$L_{fin} = \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \cdot L_{out,i} + L'_{out} \quad (60)$$

$$A = \eta_{fin} \cdot \left(\sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \cdot 2\pi R_{out,i} L_{out,i} + 2\pi R'_{out} L'_{out} \right) \quad (61)$$

donde L'_{out} y R'_{out} son la longitud y el radio de la otra parte mencionada de la aleta, respectivamente.

Como se puede observar en las cuatro últimas expresiones, la longitud y el área de la aleta se dividieron entre dos, de la misma forma que se hizo con la bancada en las hipótesis mencionadas para el caso de la aleta rectangular.

Las eficiencias de la transferencia de calor de las aletas de los ejes se calcularon asumiendo que su radio es constante en toda en toda su longitud e igual al del de la parte interior de la caja para calcular U .

Resistencia de radiación

En este estudio, se consideró radiación entre la habitación y las partes externas del equipo.

La resistencia de radiación asociada se obtuvo de la forma linealizada de la ley de Stefan-Boltzman [16]:

$$R_{th} = \frac{1}{\sigma \cdot \varepsilon \cdot S \cdot (T_w^2 + T_{amb}^2)(T_w + T_{amb})} \quad (62)$$

Esta resistencia de radiación se incluyó en paralelo a la de convección del aire (ver Figura 15) para poder calcular el término de la resistencia térmica entre cada parte de la caja y su exterior: $R_{th}(2,1)$, $R_{th}(3,1)$ and $R_{th}(4,1)$.

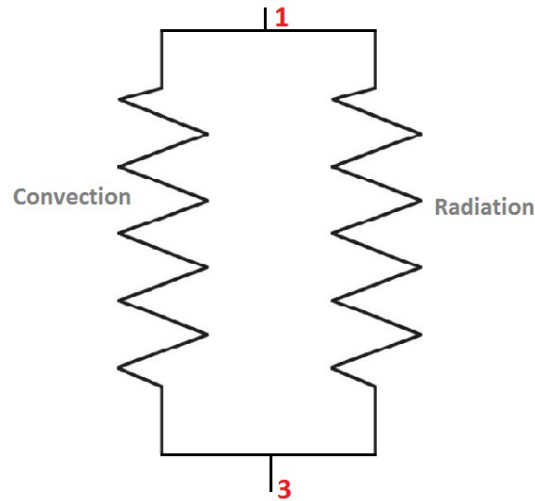


Figura 15, $R_{th}(3,1)$ equivalente de convección y radiación

De este modo, cada parte de la caja de ensayos de engranajes está sometida de alguna forma a transferencia de calor de conducción, convección y radiación. La Figura 16, obtenida de [13], representa este tipo de comportamiento:

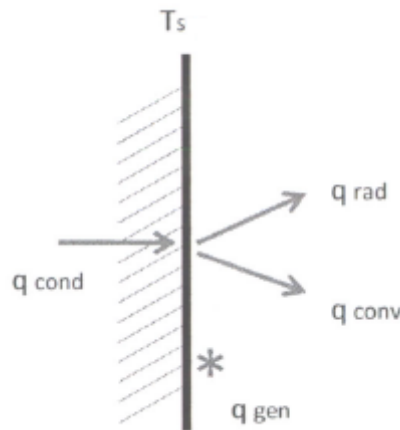


Figura 16, Mecanismos de transferencia de calor de la caja con su entorno

Todos los esquemas para hallar las resistencias térmicas equivalentes, las expresiones finales de cada resistencia térmica mencionada y la numeración y definición de cada valor de la transferencia de calor entre los distintos nodos conectados están recogidos en el ANEXO C.

3.2.3 Pérdidas de potencia

Las pérdidas de potencia o el calor generado son los responsables de las variaciones en la temperatura de los componentes. De otra forma, los elementos solo intercambiarían calor en caso de que su temperatura inicial fuera distinta entre sí al comienzo, pudiendo alcanzar la misma temperatura en un breve período de tiempo manteniéndose constante a partir de entonces. Dado que esto no ocurre, esas fuentes de calor (Q_i en la ecuación (13)) han de ser consideradas.

En primer lugar, es necesario conocer cómo se transmite la potencia a lo largo de todo el equipo. La Figura 17 representa gráficamente el bucle de potencia, en el que cada fase se indica con un número. El motor envía la potencia inicial (fase (1), *Input power*). Ésta es transmitida a la rueda de la caja esclava, la cual engrana con el piñón (fase (2)). A través del eje del piñón, que atraviesa ambas cajas (fase (3)), el piñón de la caja de ensayos transmite la potencia a la rueda (fase (4)). De esta forma, la potencia se recircula a lo largo de todo el sistema (fase (5)) perdiendo algo de potencia en su camino. El sensor de par (*Torque Sensor*), situado entre el motor y la caja esclava, recoge esas pérdidas de potencia midiendo el par de la potencia que transmite el motor.

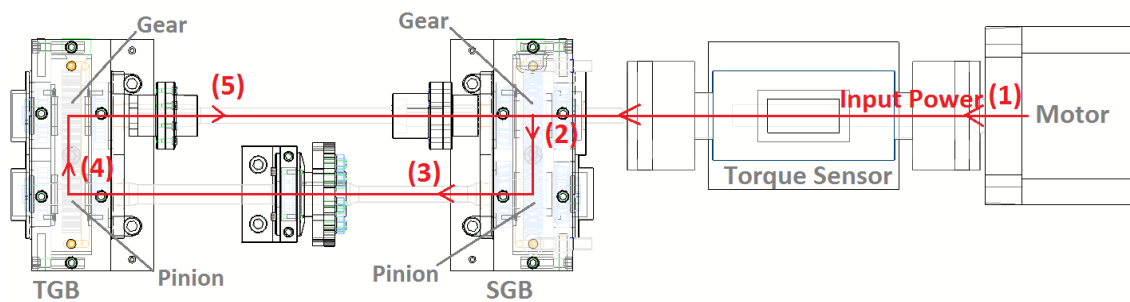


Figura 17, Ciclo de potencia transmitiéndose en el equipo

Las pérdidas de potencia del equipo tienen la siguiente naturaleza: fricción en el engrane, las debidas a la agitación del aceite, pérdidas de potencia en los rodamientos y pérdidas de retén.

Puesto que los valores de esas pérdidas de potencia afectan extremadamente los resultados en la temperatura de cada elemento, se ha estudiado cuatro casos, dependiendo de la forma en que estos valores se estimaron (basados en cálculos experimentales o aplicando las fórmulas y expresiones de alguna referencia):

- Caso 1: las pérdidas de potencia de todo el sistema y las debidas a la agitación del lubricante fueron obtenidas experimentalmente con mediciones. $P_{bearing}$ se obtuvo empleando las expresiones de *SKF* [20] y P_{mesh} como resultado de los otros términos.
- Caso 2: igual al Caso 1 salvo que las pérdidas por agitación del lubricante se han estimado en base a expresiones teóricas.
- Caso 3: únicamente las pérdidas de rendimiento por agitación del aceite se obtuvieron experimentalmente.
- Caso 4: todos los términos de pérdida de potencia se han hallado utilizando expresiones teóricas.

El Caso 1 es el que proporciona los resultados más precisos pero sólo puede ser aplicado para el nivel de carga #5 y engranajes pulidos, dado que no se realizaron ensayos para otra precarga ni engranajes. Por su parte, cuando se aplica el Caso 3 y el Caso 4 se gana capacidad y mayor extensión en el modelo al poderse aplicar a todas las condiciones de funcionamiento definidas, en detrimento de la precisión, que es menor.

Pérdidas por la fricción entre dientes

Cuando el sistema está en funcionamiento los dientes del piñón y la rueda engranan. Según el nivel de carga, los valores de la presión y fricción debido al engrane de los dientes serán distintos, generando una fuente de disipación de calor entre ellos. Sin embargo, en caso de no haber precarga aplicada, no habría presión entre los dientes, por tanto tampoco pérdidas por fricción. La expresión de este tipo de pérdidas, y que proviene de [2], es:

$$P_{mesh} = f \cdot P_{in} \cdot H_v \quad (63)$$

donde H_v es un parámetro geométrico del engranaje, f el coeficiente de fricción y P_{in} la potencia de entrada, la cual se puede obtener como resultado de la precarga aplicada (par) y la velocidad angular de la rueda:

$$P_{in} = T_{in} \cdot \omega_g \quad (64)$$

Se ha investigado mucho hasta ahora y se sigue en ello para llegar a obtener una expresión del coeficiente de fricción que lleve al cálculo de este tipo de pérdidas de rendimiento. No existe un acuerdo universal entre las fórmulas y los artículos leídos. No obstante, la expresión que Höhn et al. [8] proporcionaron se probó en este modelo (para los Casos 3 y 4) dando lugar a valores más bajos que los obtenidos experimentalmente:

$$f = 0.048 \cdot \left(\frac{F_{tb}/b}{v_{\Sigma C} \cdot \rho_{redC}} \right)^{0.2} \cdot \mu_{oil}^{-0.05} \cdot Ra^{0.25} \cdot X_L \quad (65)$$

En esta ecuación, F_{tb} (N) es la fuerza tangencial a la circunferencia de base, b (mm) es el ancho del diente de la rueda, $v_{\Sigma C}$ (m/s) la suma de velocidades en el punto de rodadura, ρ_{redC} (mm) el radio reducido de curvatura en el punto de rodadura, μ_{oil} (mPa·s) la viscosidad dinámica del aceite a su temperatura de funcionamiento, Ra (μ m) la rugosidad media aritmética de la superficie y X_L el factor según el tipo de aceite (entre 0 y 1).

Las pérdidas de fricción para el Caso 1 y el Caso 2 se calcularon en el programa como función del resto de los términos: las pérdidas de potencia totales, las debidas a la agitación del aceite, las pérdidas en los rodamientos y las de retén.

$$P_{mesh} = P_{Total} - P_{Churn} - P_{bear} - P_{seal} \quad (66)$$

Para calcular las pérdidas totales sólo se requiere el par transmitido por el motor (T_{out}) que circula en el sistema para mantener la velocidad angular de la rueda impuesta y dicha velocidad angular (ω_g):

$$P_{Total} = T_{out} \cdot \omega_g \quad (67)$$

Este último par se obtuvo experimentalmente como una función dependiente de la precarga aplicada, la velocidad de la rueda, el nivel de aceite y la temperatura del aceite (o el tiempo transcurrido desde que se activa el equipo). Se estimó para engranajes de

superficie pulida y a un nivel de carga #5, con lo que el método o tipo de acabado y el par de entrada no pueden ser variables cuando se utilizan estas pérdidas experimentales.

Esta fuente de calor se aplicó en el contacto entre dientes (nodo 14).

Pérdidas por agitación del aceite

Son resultado de la penetración de los flancos de la rueda en el aceite en su rotación generando un salpicado para lubricar los dientes de la rueda, los rodamientos y retenes, tal y como Xu et al. indicaron [6].

Para obtener una fórmula de las pérdidas por agitación del lubricante que se ajuste al modelo, consultar en otras referencias no era la mejor solución. Esto es porque cada sistema utiliza normalmente distintos tipos de caja o engranajes. Por tanto, si la fórmula no incluye la geometría o la dimensión de la caja y los engranajes como una variable precisa, no puede ser extrapolada a cualquier modelo. La expresión obtenida de [7] se usó como la fórmula teórica a emplear (Caso 2 y Caso 4):

$$P_{Churn} = C_{churn} \cdot \omega = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \omega^3 \cdot R_p^3 \cdot A \cdot C_m \quad (68)$$

donde ρ es la densidad del aceite, ω la velocidad angular (piñón o rueda, según corresponda), R_p el radio primitivo de referencia, A el área de la superficie de contacto entre rueda y lubricante (área de la superficie lateral y de la cara lateral del diente) y C_m representa el par adimensional de resistencia al avance. Estos dos últimos términos se obtuvieron de la siguiente forma:

$$C_m = \psi_1 \cdot \left(\frac{m}{D_p}\right)^{\psi_2} \left(\frac{b}{D_p}\right)^{\psi_3} \left(\frac{h}{D_p}\right)^{\psi_4} \left(\frac{V_0}{D_p^3}\right)^{\psi_5} Re^{\psi_6} Fr^{\psi_7} \quad (69)$$

En esta ecuación, m es el modulo del engranaje, D_p el diámetro primitivo de referencia, b el ancho del engranaje, h la profundidad de inmersión de la rueda, V_0 el volumen de aceite en cárter, Re el número de Reynolds y Fr el número de Froude. Re y Fr se calcularon del siguiente modo:

$$Re = \frac{\omega R_p^2}{\nu} \quad (70)$$

$$Fr = \frac{\omega^2 R_p}{g} \quad (71)$$

Además de ello, ha de definirse el número crítico de Reynolds, Re_c , para poder clasificar la velocidad del aceite en una velocidad baja-media, velocidad alta y una zona de transición entre ambas.

$$Re_c = \frac{\omega R_p b}{\nu} \quad (72)$$

Los coeficientes experimentales Ψ y C_m dependen del número crítico de Reynolds de la siguiente forma:

$$\text{Si } Re_c < 6000, \quad \psi = [1.366, 0, 0, 0.45, 0.1, -0.21, -0.6] \quad (73)$$

$$\text{Si } Re_c > 9000, \quad \psi = [3.644, 0, 0.85, 0.1, -0.35, 0, -0.88] \quad (74)$$

Si $6000 < Re_c < 9000$, C_m se obtiene usando la media entre los dos casos anteriores donde cada subíndice de ψ representa la componente del vector ψ vector.

El último valor que se necesita es el área de la superficie en contacto entre lubricante y rueda. Aunque el valor dado por la referencia citada era otro, el área de la superficie utilizado se ha estimado del siguiente modo:

$$A = A_l + A_t = (R_p^2 - R_{in}^2) \cdot (2\gamma - \sin 2\gamma) + D_p b \cdot \gamma + \frac{2Z\gamma H_t b}{\pi \cos \alpha} + 2D_{web} b_{web} \cdot \gamma \quad (75)$$

Dependiendo del sentido de rotación de las ruedas, las variaciones en la pérdida de potencia han de ser consideradas, dando lugar a pérdidas mayores cuando el sentido de rotación es el antihorario. La explicación y las pruebas de este hecho están desarrolladas más ampliamente en [7].

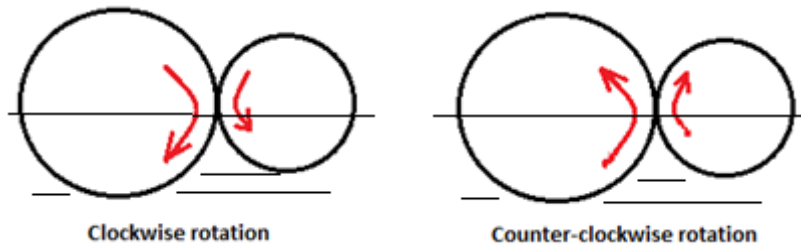


Figura 18, Sentido de rotación de las ruedas

La variación en el par adimensional de resistencia al avance se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\Delta C_m = 17.7 \cdot Fr^{0.8} \frac{(u-1)}{u^8} \left(1 - \left[\frac{h}{R_p} \right]_{Gear} \right) \quad (76)$$

siendo R_p el radio primitivo de referencia en las ecuaciones anteriores.

Por tanto, para hallar la variación del valor de la pérdida de rendimiento cuando el sentido de rotación es antihorario, el término anterior ha de ser sustituido por C_m en la ecuación (68).

Además de esta referencia, otras, como la publicación de Xu et al. [6], se consultaron también, en las que ciertas formulas relacionadas con las pérdidas de rendimiento por agitación del aceite aparecían, pero abiertas a parámetros experimentales del usuario: por tanto, depende cada caso en particular.

Como resultado, las pérdidas por agitación del aceite se hallaron también experimentalmente (Caso 1 y Caso3), midiendo T_{out} cuando no hay precarga o par aplicados, dado que no dependen de la carga, por tanto, tampoco de la rugosidad del engranaje. Este hecho explica la razón por la que el valor obtenido no queda afectado por el tipo de acabado del engranaje.

En este análisis las pérdidas por fricción entre dientes y por el deslizamiento y rodadura de los rodamientos no existen cuando se hacen ensayos sin precarga, por tanto, para obtener las pérdidas debidas a la agitación del aceite habrá que restar las obtenidas al resto de términos, como se muestra a continuación:

$$P_{Churn} = P_{No-Load} - P_{Seal} - P_{bear,drag} \quad (77)$$

donde $P_{No-Load}$ son las pérdidas de potencia totales medidas con este experimento, P_{Seal} las pérdidas de retén y $P_{bear,drag}$ las debidas a la interacción lubricante-rodamiento (de resistencia al avance o arrastre).

De esta forma, finalmente se consigue una función de las pérdidas por agitación del lubricante válida para cualquier temperatura de aceite y velocidad de la rueda (ha sido ajustado a una expresión polinómica) y dos niveles distintos de aceite:

$$P_{Churn} = f(T_{oil}, v_{gear}, y) \quad (78)$$

Este calor generado se ha aplicado directamente en el aceite (nodo 5).

Pérdidas de potencia en los rodamientos

En cada rodamiento hay una cantidad sustancial de calor generado que ha de tenerse en cuenta. Para obtener esta función, se utilizaron las expresiones de SKF [20].

Las pérdidas de potencia totales debidas a los rodamientos son suma de las de rodadura o giro, deslizamiento y resistencia por el contacto con el lubricante. Entre cada una de estas partes, la única que no depende de la carga es la debida al lubricante.

Las pérdidas de potencia por los rodamientos se hallaron como una función dependiente de lo siguiente: el tipo de rodamiento usado, la viscosidad del lubricante, la carga radial y axial sobre el rodamiento, la velocidad angular del eje sobre el que esté (velocidad del engranaje) y nivel de aceite:

$$P_{bear} = f(Bearing, \nu_{oil}, F_{r,b}, F_{a,b}, \omega, y) = f(Bearing, T_{oil}, F_{r,b}, F_{a,b}, v_g, y) \quad (79)$$

Nótese cómo se obtuvo cada fuerza radial y axial: comenzando desde la carga sobre cada eje, y considerando que está aplicada a mitad de su longitud, dado que la distancia de ese punto a cada uno de los dos rodamientos es la misma, la carga radial de cada

rodamiento es la mitad de la global por el equilibrio de fuerzas y momentos a lo largo del eje. Por su parte, la fuerza axial se ha considerado como cero dado que la carga es normal al eje de revolución del propio eje. La Figura 19 y la ecuación (80) muestran cómo determinar la carga radial del eje (fuerza tangencial del engranaje);

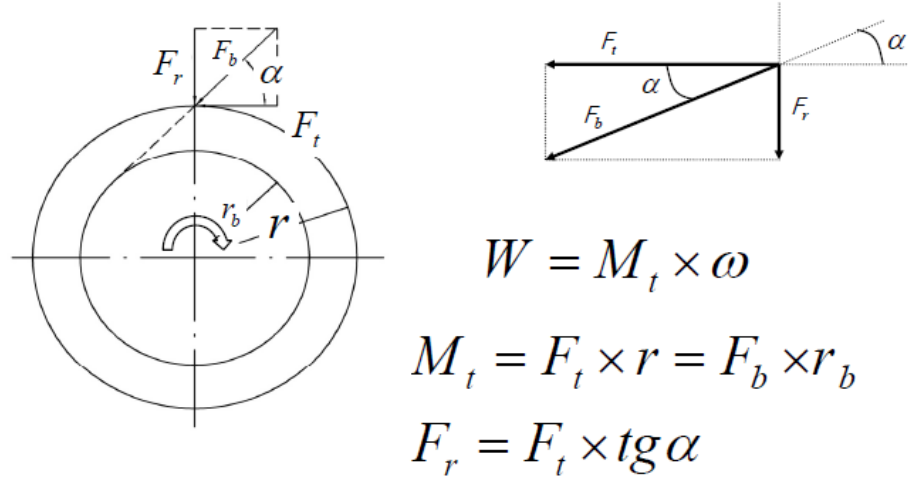


Figura 19, Fuerzas en engranajes de dentado recto [21]

En la Figura 19, r representa el radio de trabajo del piñón porque es el que dirige el movimiento.

En definitiva, la fuerza radial al rodamiento sería la siguiente:

$$F_{bear} = \frac{F_t}{2} = \frac{M_t/r}{2} \quad (80)$$

Donde M_t representa la precarga (par) aplicado (variable de entrada).

Cada rodamiento se aplicó en su propio nodo: nodos 6, 7, 8 y 9.

Pérdidas de retén

La función del retén es no dejar que haya escapes del lubricante del cárter y permitir que el eje atravesase la caja de engranajes. Dado que el eje está rotando, el retén en torno al eje hace que no haya un espacio entre medias evitando así, en la mayor medida, fugas del lubricante.

Las pérdidas de retén se deben a la fricción entre el eje y el propio retén. Hay dos posibles pérdidas de retén por eje de la rueda en cada caja de engranajes –esclava y ensayos- y una por eje del piñón: esto significa que teniendo en cuenta ambas cajas hay seis posibles fuentes de calor por retén.

Utilizando la expresión de Jelaska [17], se empleó en el modelo la siguiente fórmula general para cada retén:

$$P_{seal} = (145 - 1.6 \cdot T_{oil} + 350 \cdot \log(\log(v_{40} + 0.8))) \cdot d^2 \cdot n \cdot 10^{-7} \quad (81)$$

donde el diámetro, d , y la velocidad de rotación, n , dependen del eje a analizar. La temperatura del lubricante, T_{oil} , se ha tomado en [°C] y la viscosidad a 40 °C en [cSt].

La suma de las pérdidas de retén en cada eje se aplicó en su nodo respectivo: #10 para el eje del piñón y #11 para el de la rueda.

Una vez que se han hallado estos términos, es importante clarificar que tanto el par externo del equipo (pérdidas de potencia de todo el sistema) y las pérdidas por agitación del aceite, se obtuvieron para todo el sistema (caja de ensayos y esclava). Por tanto, P_{seal} y P_{bear} se estimaron también para todo el sistema para que así se pueda hacer el balance de potencia. Sin embargo, para este modelo las pérdidas de potencia de la caja de ensayos de engranajes fueron las que se tuvieron en cuenta, considerando que P_{mesh} y P_{churn} son la mitad del valor total de ambas cajas.

3.2.4 Inercia térmica

El único término que aún no se ha analizado de la ecuación (13) es: $m_i c_{p,i} \cdot \frac{dT_i}{dt}$

Este término representa la inercia térmica, que es el calor que cada elemento almacena en cada intervalo de tiempo.

m_i es la masa del elemento i , que es constante, c_{pi} es el calor específico que se ha considerado constante en todos los casos salvo para el aceite, el cual se halló interpolando parejas de valores c_p - T a una expresión lineal, y $\frac{dT_i}{dt}$ es la variación de la temperatura en cada instante de tiempo.

3.3 Mediciones en el laboratorio

Los resultados experimentales tienen una doble función en este proyecto: son útiles para conseguir valores más precisos de las pérdidas de potencia totales (Caso 1 y Caso 2) y las debidas a la agitación del aceite en la caja (Caso 1 y Caso 3) y también permite verificar los resultados del modelo con mediciones experimentales de la temperatura de cada elemento mediante el uso de termopares.

En cuanto a la explicación de las mediciones realizadas, lo primero que se hizo fue establecer las condiciones de entrada en el panel de la máquina: la velocidad rotacional de la rueda y el proceso de duración (en tiempo o en número de revoluciones del piñón), verificando la precarga aplicada y, si es requerido, controlar la temperatura precalentando o enfriando el sistema.

Para obtener las pérdidas por agitación del aceite, no se aplicó una precarga inicial, aunque la temperatura del lubricante sí que se controló. La temperatura del lubricante, la velocidad de la rueda y el nivel de aceite fueron las variables de entrada. Se obtuvo como resultado el par del ciclo de potencia usando las condiciones de funcionamiento recogidas en la Tabla 4:

Tabla 4, Condiciones de funcionamiento de los ensayos para hallar las pérdidas debidas al aceite

Nivel de aceite	Temperatura del lubricante (°C)	Velocidad (m/s)
Mitad	40	0.5
		2
		5
2 módulos	60	8.3
		12
	90	15
		20

Se tomó un valor medio de la expresión del par en el tiempo para cada condición de funcionamiento, teniendo en cuenta el *offset* inicial.

Durante cada ensayo el ordenador recibía información, que procedía de los termopares y canales, cada uno de los cuales estaba conectado a un DAQ. Los termopares, gracias al DAQ, envían información de la temperatura en [°C]. Por su parte, los canales almacenaban la temperatura del aceite de ambas cárteres, el par de la precarga aplicada y el par que da el motor, es decir, el de las pérdidas de potencia en voltios, en una escala de 0 V (no hay nada aplicado o percibido: condiciones de reposo) hasta 10 V. Así pues, hubo que convertir los voltios a otras unidades de la siguiente forma:

- Canales 1 y 2: temperatura de ambas cajas, donde 10 V son 200 °C. Es decir, multiplicando por un factor de 20 cada valor se obtiene la unidad de la temperatura.
- Canal 3: par de la precarga aplicada. 10 V equivalen a 400 Nm, con lo que el factor es 40.

- Canal 4: par de las pérdidas de potencia, donde 10 V se refiere a 50 Nm.
- Canal 5: velocidad de rotación de la rueda, siendo 10 V equivalente a una rotación de 3500 rpm.

Algunos termopares usados en este proyecto se observan en la Figura 20 y la Figura 21:

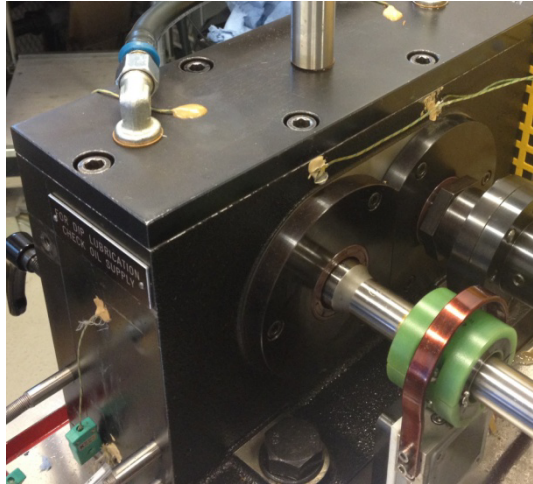


Figura 20, Caja de ensayos de engranajes con los termopares en la parte externa de la caja

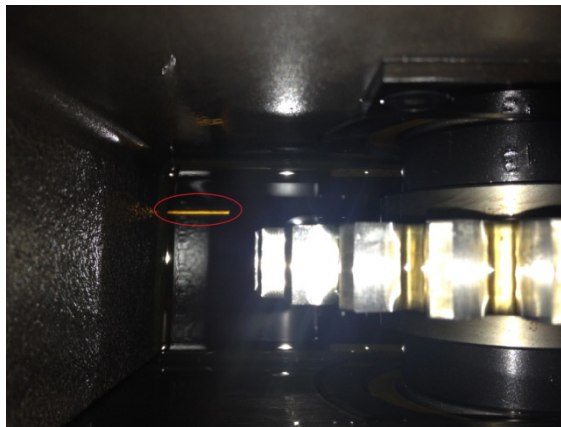


Figura 21, Sensor de la temperatura del aceite

Hay que tener en cuenta que la temperatura usada como experimental para verificar el modelo de la parte superior de la caja es la media entre los valores dados por el termopar de la izquierda y el de la derecha y para la parte lateral la media entre la parte que “cubre” la rueda y la del piñón.

Toda la información que se recogió se hizo con los engranajes de acabado pulido, excepto para hallar las pérdidas por agitación del aceite, en el que la superficie no era un factor al no haber precarga aplicada.

3.4 Programa

Para hacer un programa que soporte gráficos, matrices, cálculo y facilidad de modificaciones de parámetros, datos o variables, se utilizó *MATLAB*.

Antes de empezar con el programa, lo primero sería definir las variables de salida deseadas y las variables de entrada que necesita este modelo. Después de eso, se pasará a explicar el esqueleto del programa.

La variable buscada T_i en función del tiempo se puede despejar aplicando la ecuación (13). Por tanto, el problema es cómo llegar hasta allí. Esa expresión requiere saber cada uno de los valores de las resistencias térmicas y la temperatura del resto de nodos, comenzando por las temperaturas iniciales. Los otros valores restantes son: la inercia térmica de cada elemento, el calor generado en el elemento, en caso de existir, (Q_i), y la derivada de la temperatura con respecto al tiempo.

Dado que se quiere conocer la temperatura en cada instante de tiempo, la ecuación mencionada se aplicó en cada intervalo. Por tanto había dos maneras de proceder: bien con un método “**manual**” (Versión I) o bien utilizando una función de *MATLAB* que resuelva ecuaciones diferenciales ordinarias (Versión II).

Al principio, el modelo se programó aplicando la **primera metodología**. Consistía en calcular cada término necesario de las condiciones iniciales y poder así despejar $\left. \frac{dT}{dt} \right|_{t=0}$ para que el vector temperatura de cada nodo en el siguiente instante de tiempo se pueda obtener y así sucesivamente por medio de un *bucle for*. Esta secuencia aparece representada en el diagrama de flujo de la Figura 22.

La metodología por la que se optó finalmente fue el uso de la función **ODE de MATLAB**, que resuelve el sistema dado por la expresión (13): la **ode113** fue la elección final. El algoritmo utilizado para calcular las temperaturas era exactamente el mismo que el anterior, con solo una gran salvedad: el principal *bucle for* lo hace la función de *MATLAB* automáticamente cuando la ecuación diferencial es declarada. No es necesario implementarlo como código dado que la función lo hace por sí misma.

La Versión I puede que fuese más problemática al tener que seleccionar el intervalo entre cada iteración. Al comienzo debería ser mucho más corto que en la zona estable de la curva. La función ODE también hace eso automáticamente, seleccionándolo de la mejor manera.

Antes de entrar en más detalles, hay que definir algunas variables usadas en el programa, como las siguientes:

$$a_i = \sum_{j,j \neq i}^n \frac{1}{R_{th}(i,j)} \quad (82)$$

$$b_i = \sum_{j,j \neq i}^n \frac{T_j}{R_{th}(i,j)} \quad (83)$$

$$c_i = m_i c_{p,i} \quad (84)$$

$$d_i = \frac{Q_i + b_i}{c_i} \quad (85)$$

$$g_i = \frac{T_i \cdot a_i}{c_i} \quad (86)$$

$$\frac{dT_i}{dt} = d_i - g_i \quad (87)$$

Es importante recordar que la temperatura del aire y la del contacto entre engranajes son las únicas que no se hallan por medio de una ecuación diferencial. La temperatura del aire se considera constante y el nodo 14 no tiene una propia ecuación diferencial porque el término diferencial de la ecuación desaparece cuando no se considera masa. Para calcular T_{14} hubo que utilizar la siguiente expresión:

$$T_{14} = \frac{Q_{14} + \sum_{j=12}^{13} \frac{T_j}{R_{th}(i,j)}}{\sum_{j=12}^{13} \frac{1}{R_{th}(i,j)}} \quad (88)$$

En la Versión II se utilizó la siguiente secuencia para resolver el problema, representado más gráficamente en el diagrama de la Figura 23:

- Crear el archivo principal del programa, “Main”, donde está la estructura general del programa, en la que se llaman a las funciones o archivos en los que está la siguiente información declarada: los datos, las condiciones iniciales, los resultados de los ensayos experimentales, la función ODE, el balance de potencia, algunos valores térmicos relevantes y los diagramas.
- Declarar los datos que permanecerán constantes durante la ejecución del programa: cada parámetro geométrico, algún termodinámico y otros físicos (masa).
- Establecer las condiciones de funcionamiento.
- Guardar la información experimental necesaria: temperatura de la caja, de la rueda y del aceite y el par medido. Esta función se llama “Experimental”.

- Establecer una temperatura inicial para cada nodo: $T_i(t=0s)$. Se declara en la función “Initial_Conditions”. Estas temperaturas, junto con el tiempo final de integración de la *ode* son las variables de entrada de la función ODE.
- Determinar dentro de la función ODE las propiedades físicas y termodinámicas que cambiarán de valor en cada iteración (dependientes de la temperatura del lubricante o del tiempo de alguna manera): Gr , Pr , Re , c_p , etc.
- Estimar cada resistencia térmica:
 - De convección: algoritmos condicionales por medio de sentencias *if/else*.
 - De radiación, conducción y por la deformación elástica al engranar: escribir las ecuaciones correspondientes.
- Estimar las pérdidas de potencia o calor generado Q_i , calculados en la función “Power_loss”, que contiene los cuatro casos distintos comentados.
- Hallar los coeficientes d y g en el instante inicial, para que la ecuación diferencial ordinaria quede definida; a y b se calcularon por medio de un *bucle for* (para el sumatorio) y una sentencia condicional, la cual sólo tienen en cuenta las resistencias térmicas mayores a cero.

 Por su parte, c , d y g se hallaron aplicando simplemente las fórmulas (84), (85) y (86), respectivamente. Por tanto, queda definido el sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias.
- La función ODE extrae automáticamente las temperaturas de los nodos que integra de la ecuación diferencial (todos los nodos excepto el nodo 14). Así pues, las otras variables han de ser extraídas de alguna otra forma.
- Verificar el balance de potencia del sistema.
- Dibujar los diagramas y otros gráficos de interés.

Esta información está resumida en los siguientes esquemas: primero para la Versión I, cuya secuencia difiere ligeramente de la explicada, y después para la Versión II.

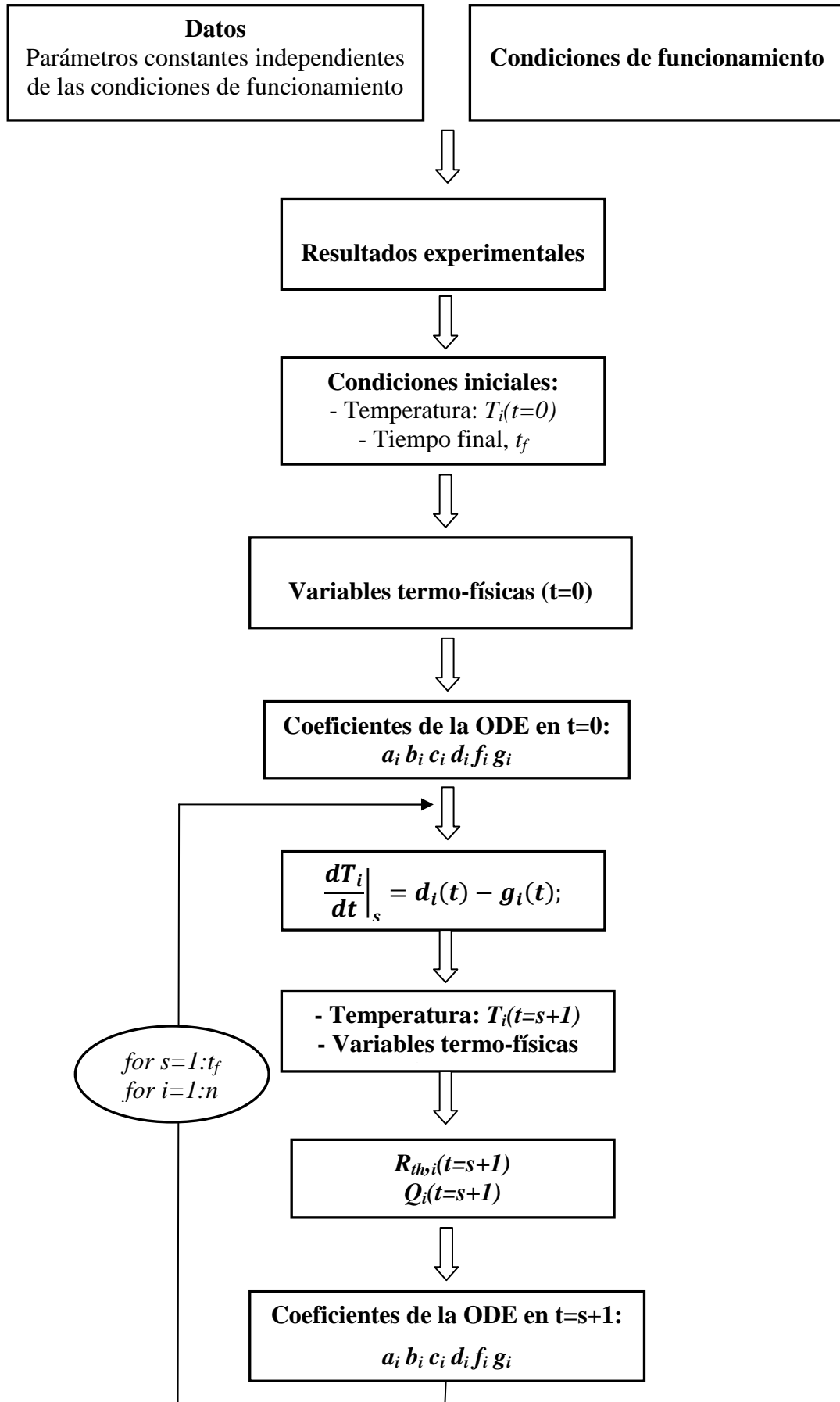


Figura 22, Diagrama de flujo del programa de la Versión I

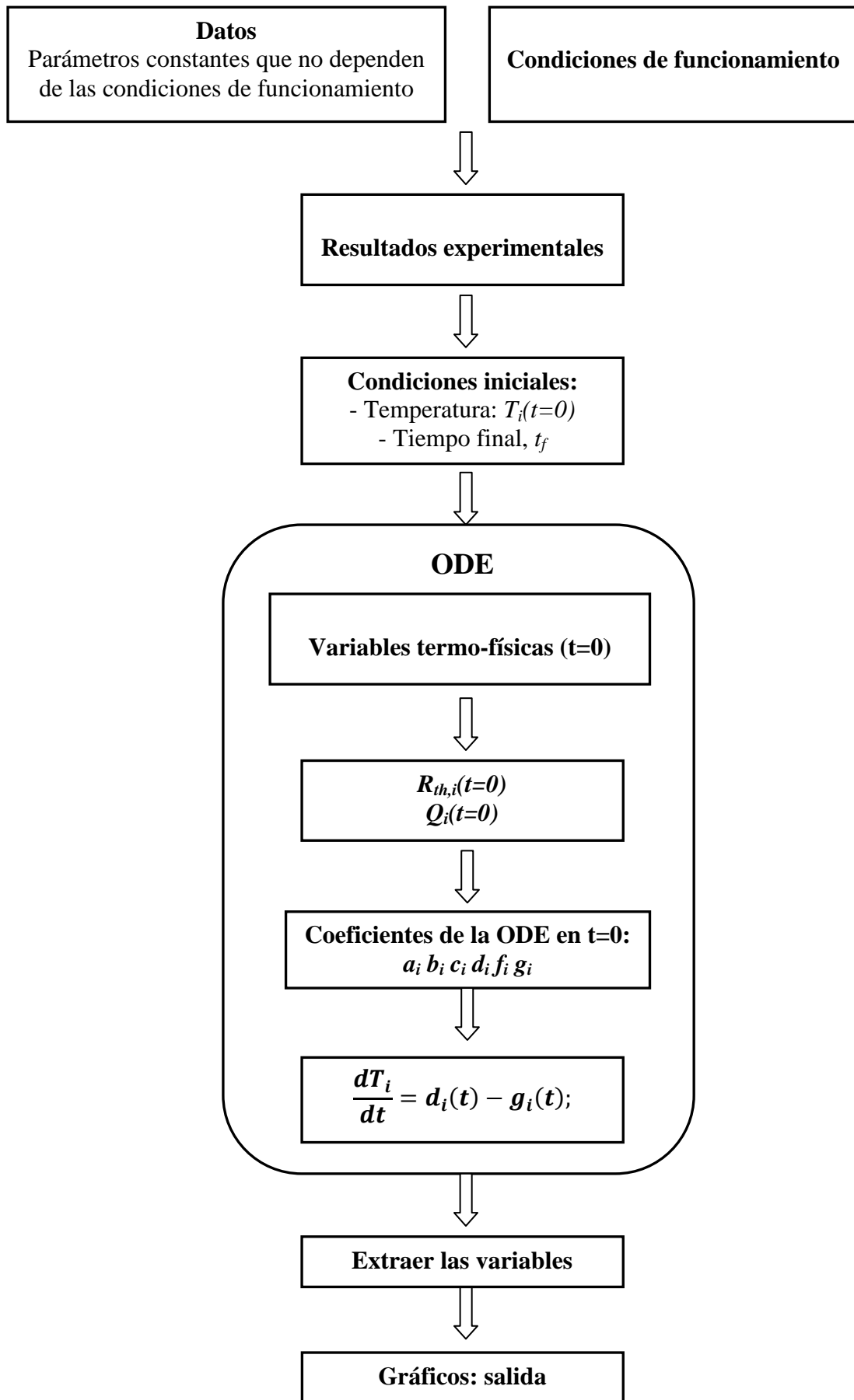


Figura 23, Diagrama de flujo del programa de la Versión II

La *ode113* mencionada realiza la integración numérica utilizando un procedimiento basado en el método de *Adams* que resuelve este tipo de ecuaciones. El método de *Adams*, como *Mathworks* [22] indica, es útil para resolver problemas con tolerancias de error estrictas o para resolver problemas computacionalmente intensos con una precisión que puede ser elevada. En este modelo específico hay problemas con errores de tolerancia estrictos. Apúntese que en esta integración numérica fue necesario ajustar propiamente las *options* ‘set’ (*RelTol* and *AbsTol*) de la función.

Los diagramas y otros recursos gráficos fueron útiles para mostrar la respuesta térmica. Gracias a la función *plot*, se dibujaron las curvas. La función de la temperatura de cada nodo con respecto al tiempo se representó en una gráfica además de otros parámetros térmicos como la transferencia de calor entre engranajes y aceite, la conductancia, etc.

Además de eso, la transferencia de calor y la evolución térmica se representaron de otras maneras:

- Todos los elementos contenidos en la caja de ensayos engranajes se dibujaron en *MATLAB* representando dos vistas: la planta y la vista lateral. Cada elemento se dibujó usando el comando “*fill*”, útil para rellenar superficies, definiendo varias parejas de puntos geométricos del contorno para obtener círculos y rectángulos, en este caso. El objetivo de este artificio era mostrar visualmente mediante una animación cuánto tarda cada elemento en calentarse en comparación al resto. Esto se consiguió asociando la máxima temperatura que alcanzará el componente más caliente del sistema y comparando el resto de elementos a esa.
- La red térmica también se dibujó: las resistencias mediante la función “*fill*” y las líneas por medio de “*plot*”. Además, cada línea que representa un nodo de la red cambiará de color durante la ejecución, de la misma forma que lo hacía el dibujo de los elementos de la caja. El factor nuevo de este gráfico es que el sentido y módulo de transferencia de calor entre los nodos conectados se ha representado mediante flechas, gracias a la función *arrow* desarrollada por Johnson [23], que ha sido implementada en el programa. Esas flechas cambian ligeramente durante la ejecución del programa: tamaño y sentido, dependiendo de las diferencias en temperatura y en proporción en relación con el tamaño máximo de las flechas durante la ejecución.

El código usado para que cambien de color ambos dibujos se declaró en el mismo *bucle for* para que así la evolución de ambos esquemas se pueda ver simultáneamente. Además, hay un cronómetro incluido en cada figura que muestra cada componente del vector tiempo.

En el capítulo “5 VALIDACIÓN DEL MODELO” se muestran gráficamente estas salidas del programa.

3.5 Características adicionales

Esta sección explica cómo extender el modelo incluyendo nuevas características, sin grandes cambios sobre el original. Cuando se añaden características adicionales se conserva la misma red térmica, lo que significa que los cambios provendrán principalmente de los valores de las resistencias térmicas y de las pérdidas de potencia.

Estas características son: otro sistema de lubricación (lubricación por spray), otros materiales de engranajes y el tratamiento superficial aplicado a los engranajes. Además, también se explica cómo implementar el sistema de refrigeración en el programa.

Lubricación por spray

En este sistema de lubricación el lubricante es rociado desde una boquilla directamente a los flancos de los dientes de la rueda, a diferencia de la lubricación por barbotaje en el que las ruedas se sumergen en el aceite.

Conforme a Maitra [24], se ha demostrado que para altas velocidades de la rueda se obtienen mejores resultados cuando se lubrica mediante finas capas de aceite rociado directamente en los flancos del diente: cuanto más alta es la velocidad, más fina deberá ser la capa de aceite rociada.

La cantidad de aceite en una caja donde el sistema es de lubricación por barbotaje es constante dado que no se añade o elimina lubricante durante el funcionamiento. Por su parte, si se usase el sistema de lubricación por spray, el chorro de aceite se aplicaría en intervalos. Por tanto, el lubricante procede de la boquilla conectada al tanque a través de un conducto y se recircula por un tubo desde la caja, con lo que se habrá de usar un flujo másico como dato (\dot{m}_5) en lugar de masa. No obstante, en ambos casos los mismos elementos del sistema estarían en contacto con el lubricante y el mismo tipo de convección ocurriría (convección forzada), así que el número y la posición de las resistencias térmicas en la red y su naturaleza sería el mismo a priori, aunque los valores sí que cambiarían.

Las pérdidas de potencia serían distintas. Como Höhn et al. probaron [12], las pérdidas que no dependen de la precarga son menores cuando se utiliza la lubricación por spray que cuando la lubricación es por barbotaje ya que no hay aceite arrastrado por los engranajes y rodamientos. Las pérdidas por los rodamientos dependen de la viscosidad del aceite y, según el sistema de lubricación, pueden ser diferentes por la distinta temperatura del aceite y su espesor de película. Además, no se considerarían pérdidas de arrastre o resistencia al avance en los rodamientos. Las pérdidas de potencia debidas al lubricante, Q_5 , serían mucho menores (prácticamente despreciables) que con el sistema de lubricación por barbotaje.

Por tanto, la ecuación (13) para el nodo 5 pasaría a ser la siguiente:

$$Q_5 = T_5 \sum_{j,j \neq 5}^n \frac{1}{R_{th}(5,j)} - \sum_{j,j \neq 5}^n \frac{T_j}{R_{th}(5,j)} + \dot{m}_5 c_{p,5} \cdot \Delta T \quad (89)$$

donde ΔT representa:

$$\Delta T = T_5 - T_{\text{spray}} \quad (90)$$

lo que significa que el calor almacenado es resultado de la diferencia de temperaturas entre el flujo que va a ser recirculado y el flujo de entrada de aceite (de la boquilla). Así pues, el lubricante que saldría del sistema será el de la temperatura del nodo 5.

Se ha de añadir al modelo un valor inicial de la temperatura del spray. Este valor se considera constante porque va a ser controlado durante su funcionamiento. No obstante, si esta temperatura no fuese constante, la red térmica tendría que modificarse añadiendo un nuevo nodo (la boquilla por dónde el flujo sale) y resistencias térmicas debidas al calor disipado en los conductos o tubos y al tanque. Esto supondría que el modelo incluiría en ese caso, además de los elementos de la caja de ensayos de engranajes, los conductos por los que el aceite se recircula y el tanque.

Materiales

Si el equipo funcionase con unos engranajes hechos de otro material, los parámetros de transferencia de calor y las propiedades termo-físicas serían diferentes, variando algunos términos de las resistencias térmicas y las pérdidas de potencia. La conductividad térmica, el calor específico y la densidad dependen del material. Como consecuencia, el resto de parámetros que dependen de éstos también quedarían afectados. Además, la fricción entre dientes al engranar sería distinta con un material diferente dado que el coeficiente de fricción está influenciado por la naturaleza de los cuerpos en contacto y su superficie.

Tratamiento superficial

El tratamiento superficial en engranajes puede afectar a la fricción en el engrane y cambiar la disipación de calor en tal caso. Esto se debe a los esfuerzos en los contactos y a que los componentes recubiertos tienen superficies inicialmente más suaves.

Las propiedades térmicas de la superficie variarían, pero la temperatura y propiedades del resto del piñón y de la rueda serían las mismas, dado que el material no es distinto.

Los experimentos usados para este modelo se hicieron todos con engranajes de superficie pulida, pero si se hiciesen también ensayos con engranajes tratados superficialmente se verificaría las características a modificar en el programa para poder extender el modelo.

Sistema de refrigeración

Ya se había implementado un sistema de refrigeración en el equipo real para regular la temperatura pero en el modelo virtual no se había considerado. La razón de esto es que el análisis térmico se ha hecho sin controlar la temperatura. No obstante, si se incluyese el sistema de refrigeración, el modelo no quedaría afectado considerablemente.

El sensor de temperatura del cárter de aceite que da la información sobre su temperatura aparece en la Figura 21. Por tanto, la potencia calorífica que da o, como casi siempre, la que extrae del cárter de aceite para enfriarlo se lleva a cabo mediante ese aparato. La refrigeración se hace por medio de agua que fluye a lo largo de unos conductos y la temperatura se controla por un regulador PID, que regula la temperatura enviando información que determina una necesidad de extracción o de envío de calor de/a el aceite dependiendo del valor de temperatura fijado.

En cuanto al modelo, ese sistema de enfriamiento se implementaría añadiendo un nuevo término, $\dot{Q}_{cooling}$, en la expresión (13) particularizándola para el nodo 5 (aceite): en el miembro de la izquierda de esa ecuación, la potencia calorífica resultaría de restar la potencia de enfriamiento (considerada positiva cuando enfría y negativa cuando calienta el aceite) a las pérdidas debidas a la agitación del aceite, del siguiente modo:

$$Q_5 = P_{churn} - \dot{Q}_{cooling} \quad (91)$$

con todos los términos variando durante cada iteración. De esta forma, si se conociese $\dot{Q}_{cooling}$ con respecto al tiempo, el sistema de refrigeración se podría añadir al modelo en un futuro.

4. RESULTADOS

4 RESULTADOS

Los resultados obtenidos con los procesos descritos en el capítulo de método se recogen en esta sección.

En la sección de resultados, las condiciones estándar del estudio hacen referencia de aquí en adelante a las siguientes condiciones:

- Nivel de carga #5: 94.1 Nm.
- Velocidad tangencial de la rueda: 8.3 m/s.
- Nivel de aceite: mitad. Hasta el centro de los engranajes.
- Acabado de engranajes: engranajes de superficie pulida.
- Las pérdidas de potencia globales y las debidas a la agitación del aceite obtenidas experimentalmente; $P_{bearing}$ y P_{seal} calculadas basadas en referencias y teorías; y P_{mesh} como función del resto de pérdidas de potencia.

Esta sección se centra en los resultados obtenidos en condiciones estándar dependiendo de los casos del método de obtención de las pérdidas de potencia y la capacidad del programa.

Todos los diagramas se han dibujado hasta 2500 s desde que el equipo se pone en marcha. La razón reside en que algunos ensayos experimentales (velocidad de la rueda 20 m/s) del equipo se hicieron hasta ese tiempo para evitar sobrecalentamiento de los componentes en caso de que no se use sistema de refrigeración (temperatura no controlada). Por tanto, no fue posible obtener resultados para tiempos más prolongados. De esta forma, cada diagrama tiene el mismo límite de ejes.

4.1 Pérdidas de potencia

En primer lugar se muestran las distintas pérdidas de potencia del sistema (ambas cajas) calculadas por un proceso experimental y teórico para comparar sus diferentes valores.

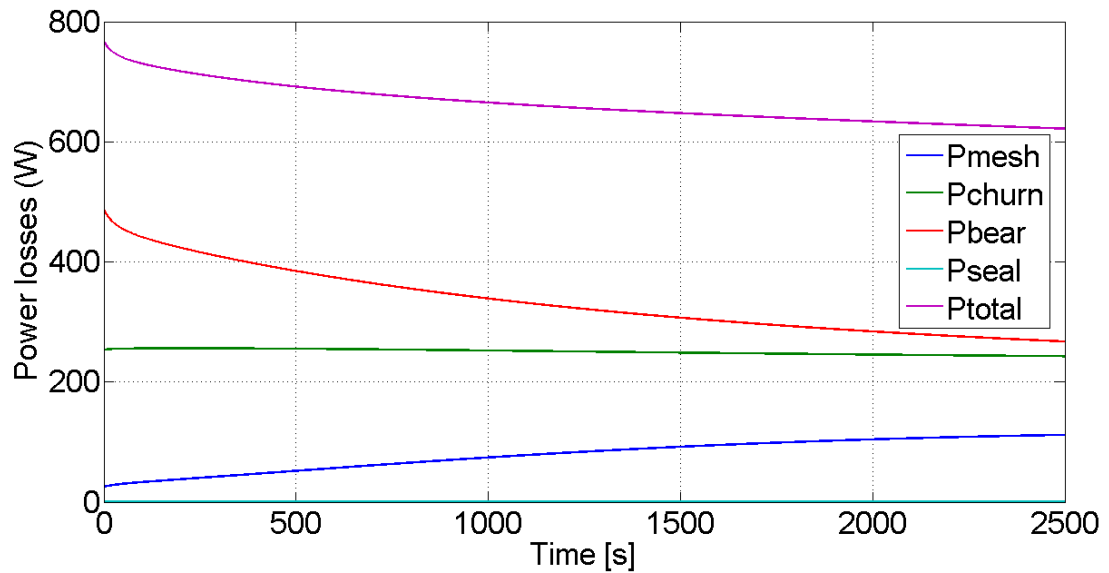


Figura 24, Pérdidas de potencia (W) de ambas cajas en condiciones estándar en el Caso 1

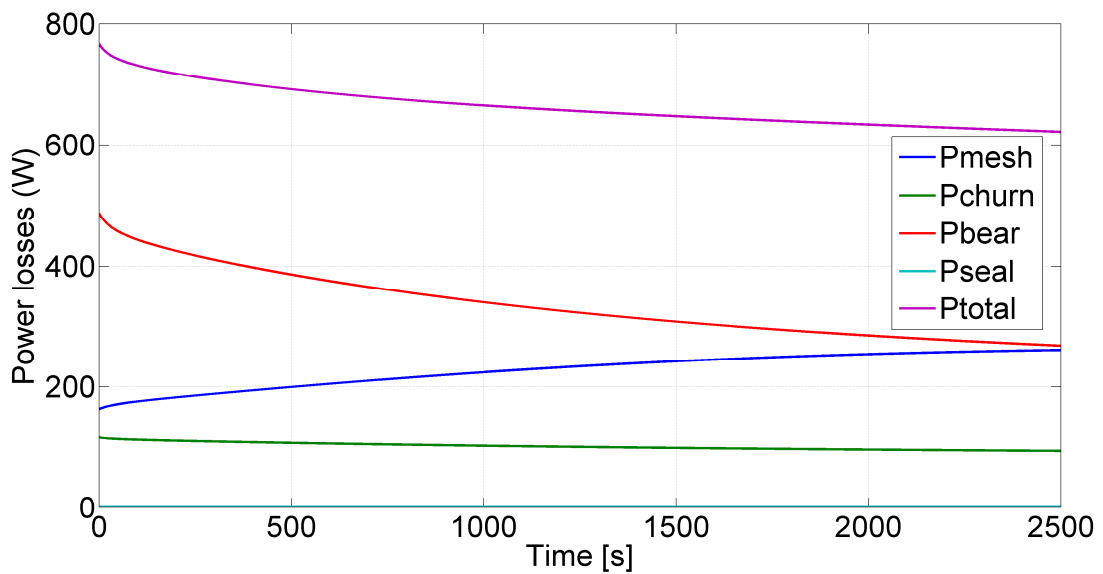


Figura 25, Pérdidas de potencia (W) de ambas cajas en condiciones estándar en el Caso 2

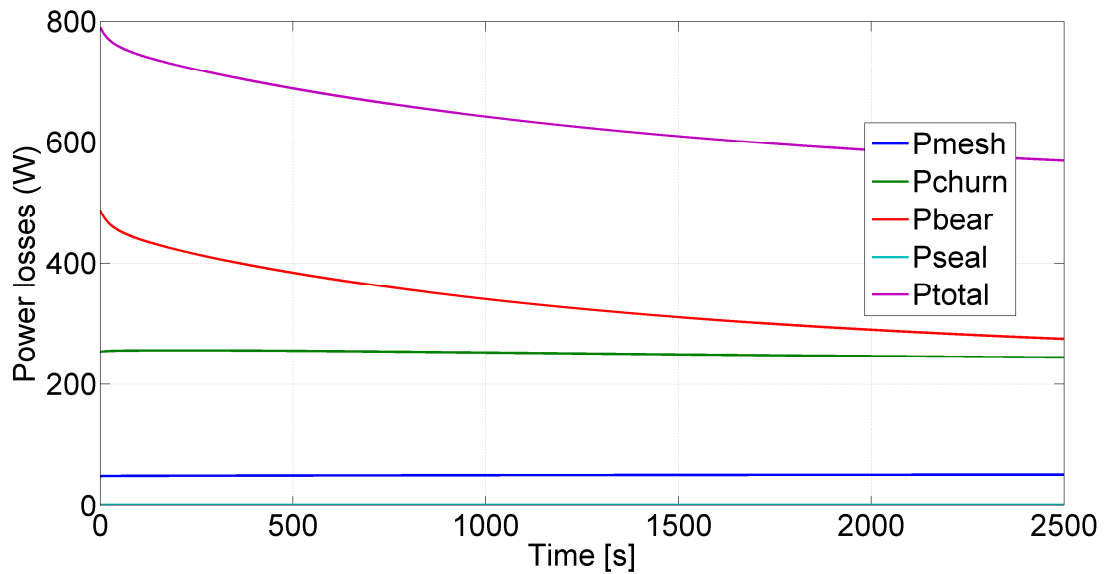


Figura 26, Pérdidas de potencia (W) de ambas cajas en condiciones estándar en el Caso 3

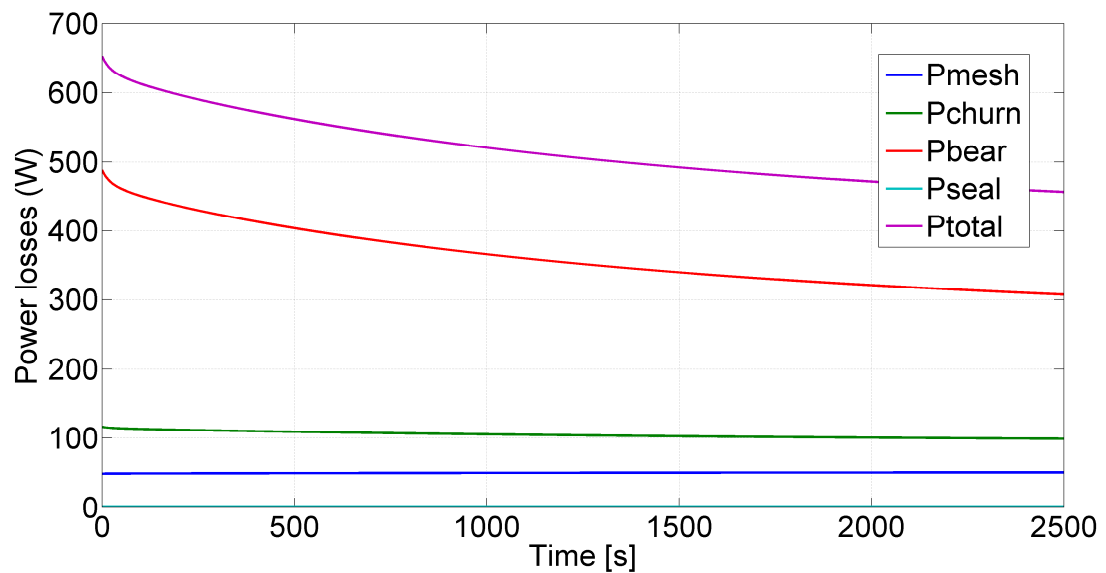


Figura 27, Pérdidas de potencia (W) de ambas cajas en condiciones estándar en el Caso 4

Para los cuatro casos se observa un descenso de las pérdidas de potencia totales en el tiempo. Esto es debido a que conforme transcurre el tiempo, la velocidad de los componentes, entre ellos el aceite, va en aumento, disminuyendo las pérdidas de potencia por los rodamientos puesto que la viscosidad del lubricando va decreciendo también. Las pérdidas de retén y las de agitación del aceite son prácticamente constantes en el tiempo para todos los casos y las de fricción también salvo para los casos 1 y 2, donde se ha hallado restando las pérdidas totales al resto de pérdidas.

Además, la temperatura del aceite y del contacto en el engrane puede dar una idea de la influencia de las pérdidas de potencia sobre la temperatura.

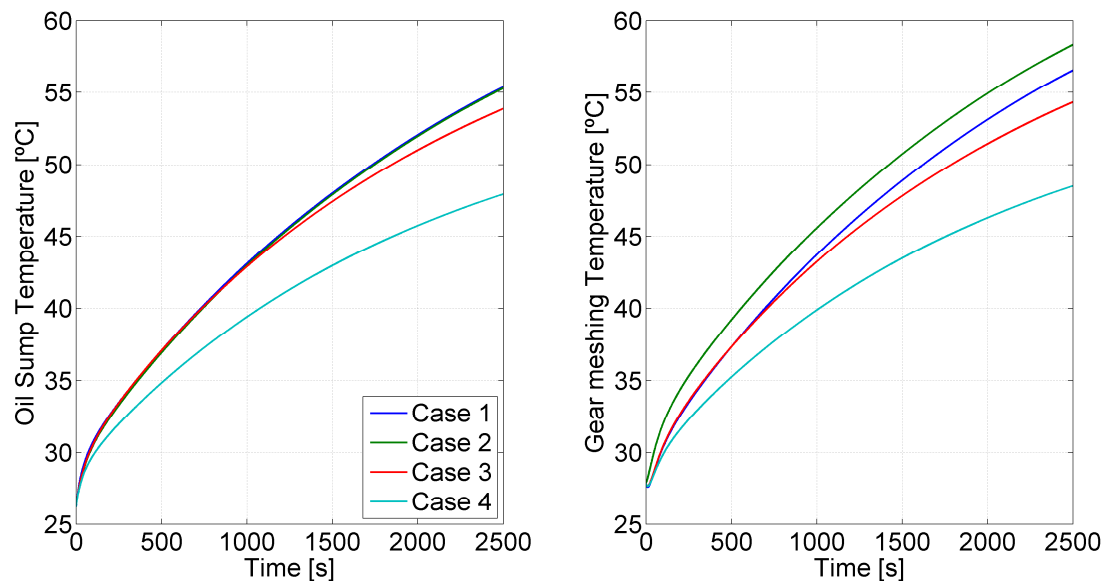


Figura 28, Temperaturas del aceite y contacto en el engrane según la forma de obtención de las pérdidas de potencia

4.2 Condiciones estándar

Cuando el equipo está en funcionamiento con las condiciones estándar (ver apartado “3.2.3 Pérdidas de potencia”), el rodamiento del eje del piñón tiene el siguiente comportamiento térmico:

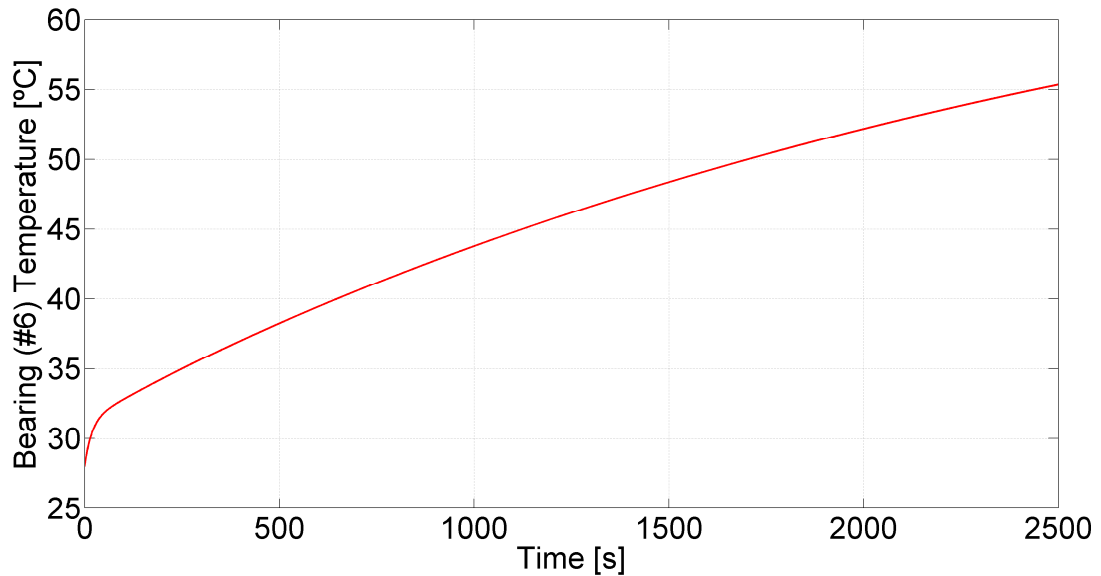


Figura 29, Temperatura del rodamiento del eje del piñón en función de la temperatura en condiciones estándar

El porcentaje del calor transferido de los engranajes al aceite sobre las pérdidas por fricción, P_{mesh} , está representado en la Figura 30 como un ejemplo de hasta dónde puede llegar el programa. Nótese que hasta los 300 s la curva no se ha trazado dado que el comportamiento ahí no es de interés práctico. El peculiar comportamiento inicial no representado era debido al valor máximo de $P_{bearing}$ (alcanzado inicialmente), es decir, bajo de fricción y al comportamiento térmico inicial –temperatura del aceite más alta que las de las ruedas en el modelo durante los primeros segundos-.

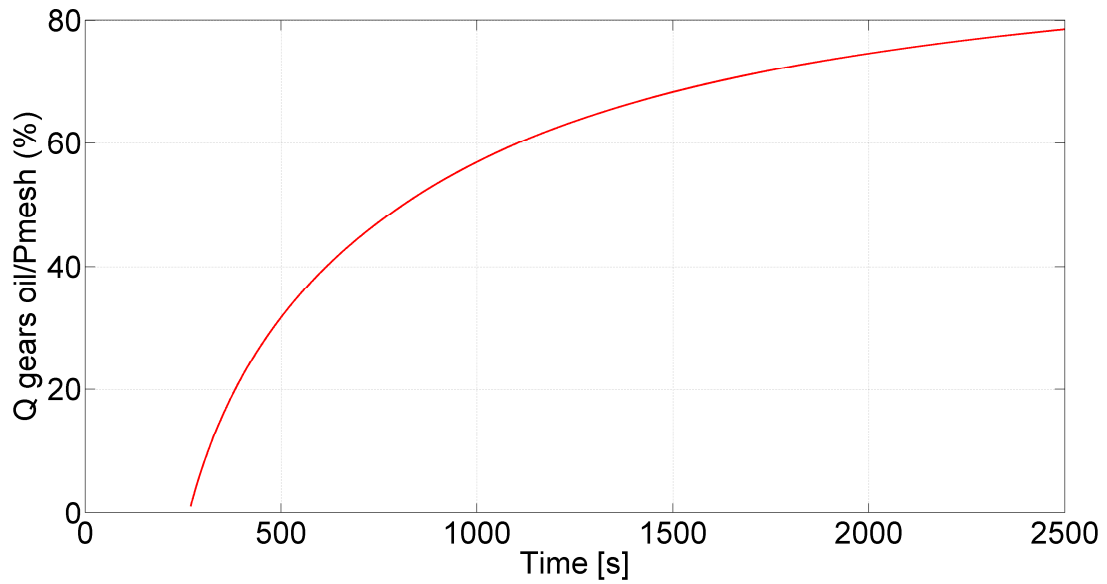


Figura 30, Porcentaje de la cantidad de calor que fluye de los engranajes al aceite sobre las pérdidas por fricción en función del tiempo desde que el sistema se pone en funcionamiento en condiciones estándar

La conductancia, definida como la inversa de la resistencia o la capacidad de un elemento para transmitir calor, entre los engranajes y el lubricante y entre la caja y el aire ambiente sí es de interés práctico. La evolución de esos valores a lo largo del tiempo también se ha representado, observándose una mayor transmisión de calor de los engranajes al aceite (curvas rojas) en comparación con la disipación de calor de la caja al aire exterior (curvas azules):

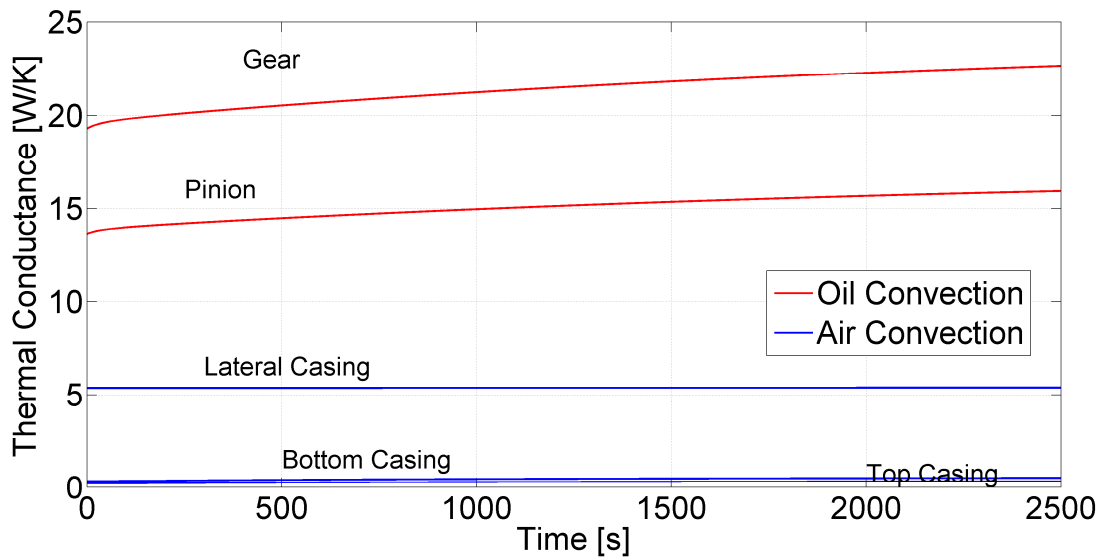


Figura 31, Conductancia entre los engranajes (*Gear*, *Pinion*) y el aceite (*oil*) y entre la caja (parte lateral, inferior y superior) y el aire ambiente (*air*) a lo largo del tiempo

4.3 Alcance del programa

Pueden aplicarse otras posibles condiciones de entrada en el modelo diseñado, que pueden dar una idea de todo lo que se puede hacer con este programa. También se pueden analizar comportamientos térmicos ante distintas velocidades, niveles de aceite, niveles de carga y método de acabado de los engranajes. La Figura 32, Figura 33, Figura 34 y la Figura 35 muestran la respuesta térmica del sistema en función de las condiciones de funcionamiento mencionadas. En la Figura 32 se aprecia la temperatura del aceite y del piñón en función de la velocidad tangencial de la rueda, observándose la gran variación y dependencia directa en esta variable, a mayor velocidad, mayor temperatura.

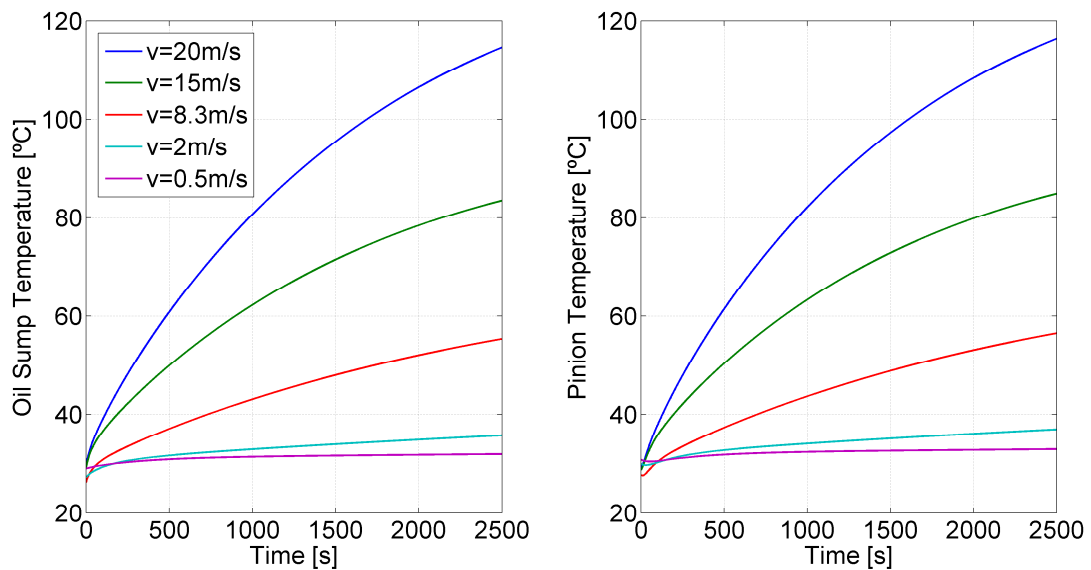


Figura 32, Temperatura del aceite y del piñón dependiendo de la velocidad de la rueda cuando la máquina está operando con un nivel de carga #5, nivel de aceite hasta la mitad y engranajes de superficie pulida

El comportamiento térmico del aceite y del piñón en el tiempo según el nivel de aceite se muestra en la Figura 33. Tal y como se ve, la influencia de esta variable no es muy grande, pues se obtienen resultados similares. En cualquier caso, cuanto más aceite mayor es la temperatura según se deduce.

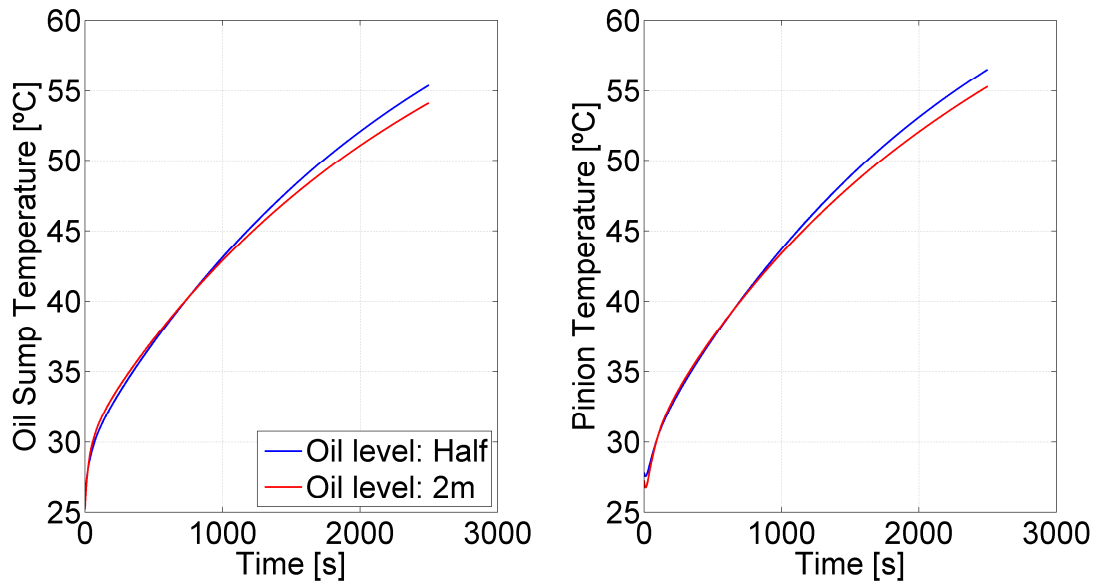


Figura 33, Temperatura del aceite y del piñón en función del nivel de aceite (hasta la mitad o dos módulos de inmersión del piñón en aceite) cuando la velocidad tangencial de las ruedas es de 8.3 m/s, el nivel de carga es #5 y se usan engranajes de superficie pulida

La Figura 34 muestra la evolución térmica en el tiempo del aceite y el piñón según el nivel de precarga aplicada. A mayor presión, mayor temperatura, pues hay mayor fricción en el engrane y con ello mayor generación de calor.

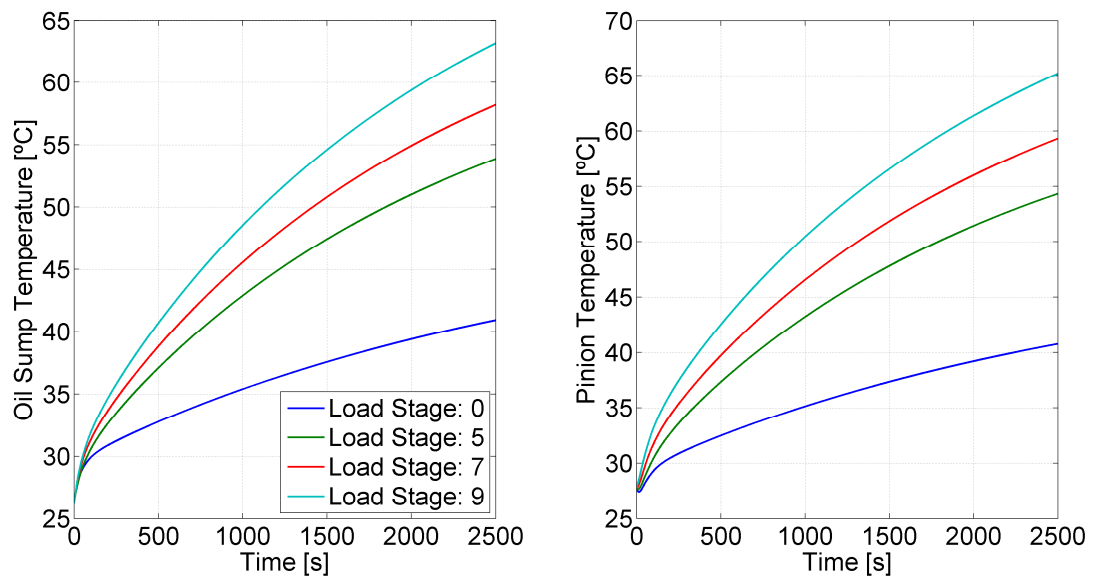


Figura 34, Temperatura del aceite y del piñón dependiendo del nivel de carga (*Load Stage*) cuando la velocidad de la rueda es de 8.3 m/s, el nivel de aceite es hasta la mitad y se usan engranajes de superficie pulida. Las pérdidas de potencia se calcularon conforme al Caso 3

La Figura 35 representa la evolución de la temperatura tanto del aceite como del piñón según el tipo de acabado que tengan los engranajes, observándose un comportamiento similar, habiendo no mucha dependencia. Nótese que si se utilizasen valores más experimentales puede que la influencia fuese mayor.

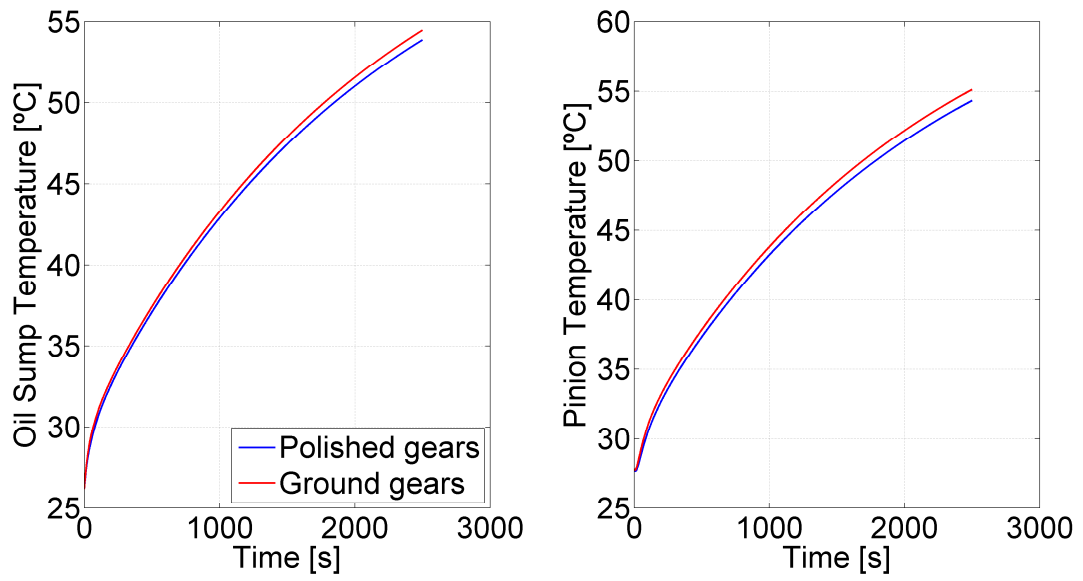


Figura 35, Temperatura del aceite y del piñón dependiendo del tipo de acabado considerado (superficie pulida: *Polished gears*; superficie rectificada: *Ground gears*). La velocidad de la rueda es de 8.3 m/s, el nivel de carga #5 y el nivel de aceite hasta la mitad. Las pérdidas de potencia se calcularon conforme al Caso 3

5. VALIDACIÓN DEL MODELO

5 VALIDACIÓN DEL MODELO

En este capítulo se verifica la conservación de la potencia y la precisión de los resultados térmicos en base a principios térmicos y datos experimentales, respectivamente.

El modelo ha sido validado de dos formas distintas: el propio modelo como el programa hecho con las consideraciones e hipótesis tomadas para verificar que satisfacía los principios termodinámicos; y los resultados del modelo comparándolos con resultados experimentales para saber hasta dónde se puede llegar en aplicabilidad.

5.1 Herramientas del programa

Se ha definido el balance de potencia como el calor generado menos el calor almacenado por cada elemento y el disipado al exterior: aire ambiente. Debe ser cero de acuerdo al primer principio de la termodinámica, considerando que la totalidad de la caja de ensayos de engranajes (con todos sus componentes) es el sistema a analizar.

Además, el dibujo de los componentes de la caja de engranajes y el de la red térmica pueden dar fácilmente una idea de la validación del modelo, especialmente con los flujos de calor (flechas) en la red térmica y verificar si son lógicos o no.

5.1.1 Balance de potencia

Después de probar todas las posibles condiciones de funcionamiento, siempre se cumplía la conservación de la potencia –balance de potencia prácticamente cero: orden de magnitud de 10^{-10} . Se proporciona un ejemplo como muestra de ello:

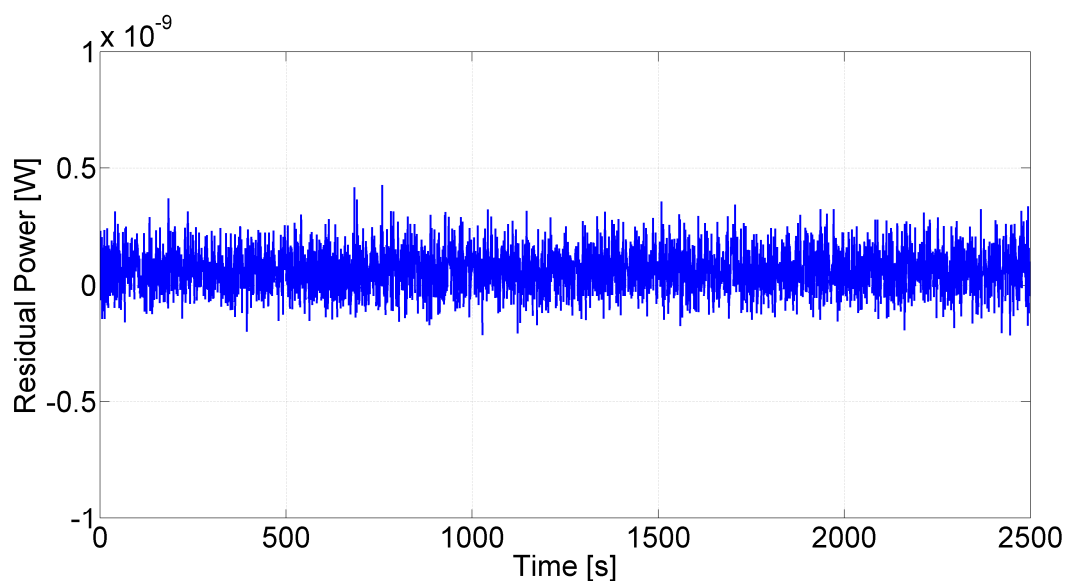


Figura 36, Balance de potencia (W): potencia calorífica generada en los elementos menos la potencia calorífica disipada al aire y la almacenada en el cuerpo de cada elemento: potencia residual

5.1.2 Dibujos de la máquina FZG y de la red térmica

Se muestra dos ejemplos distintos para cada dibujo: con las condiciones de funcionamiento estándar y para una velocidad de 20 m/s manteniendo iguales (a las estándar) el resto de condiciones de funcionamiento. El color de cada componente/nodo representa su temperatura (°C) en concordancia con la barra de colores.

Tal y como se observa en la Figura 37, el rodamiento del eje del piñón, junto con el propio piñón y la rueda son los puntos calientes. Por su parte, las partes superior e inferior de la caja son las que más lentamente se calientan.

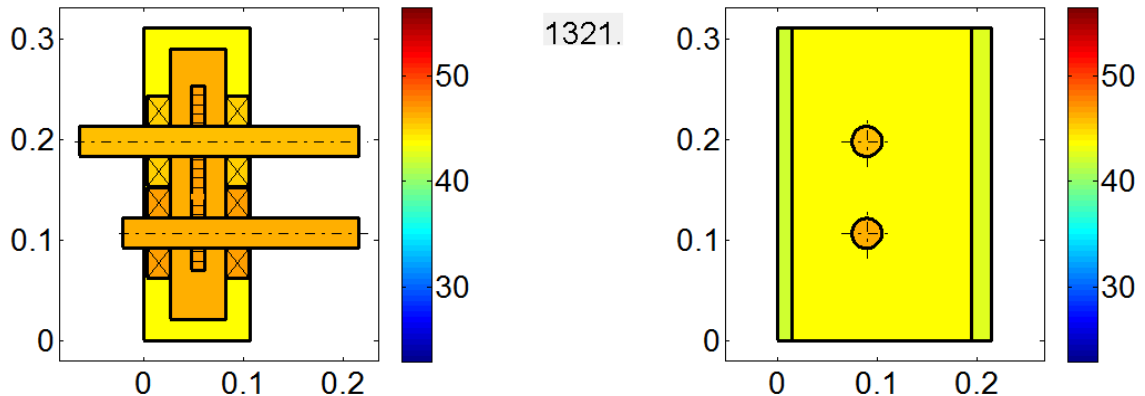


Figura 37, Dibujo de la máquina FZG a los 1321 s desde que el equipo se pone en funcionamiento en las condiciones estándar

La Figura 38 muestra el hecho anterior pero representado en la red térmica donde además se observa en forma de vector la transferencia de calor entre los distintos elementos. Cabe destacar los valores de la transferencia de calor del aceite a la parte lateral de la caja (nodos 5 y 3) y de ésta al exterior (nodos 3 y 1).

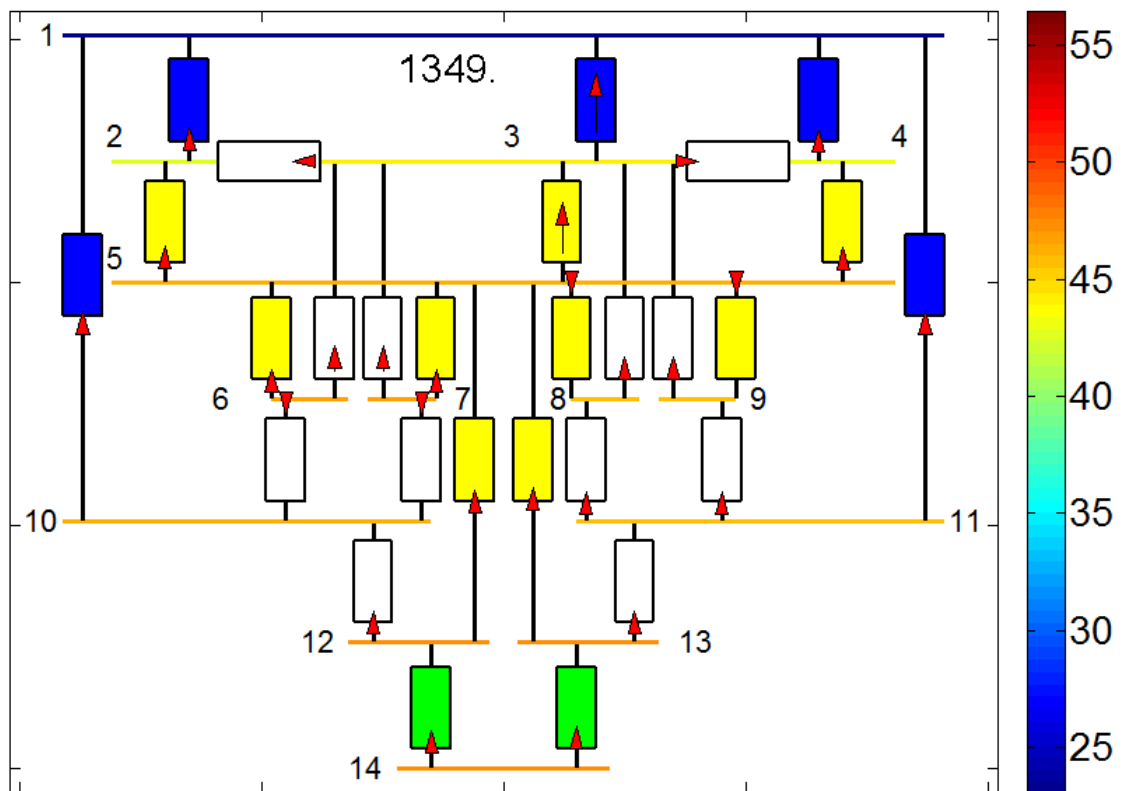


Figura 38, Dibujo de la red térmica a los 1349 s desde que el equipo se pone en funcionamiento en las condiciones estándar

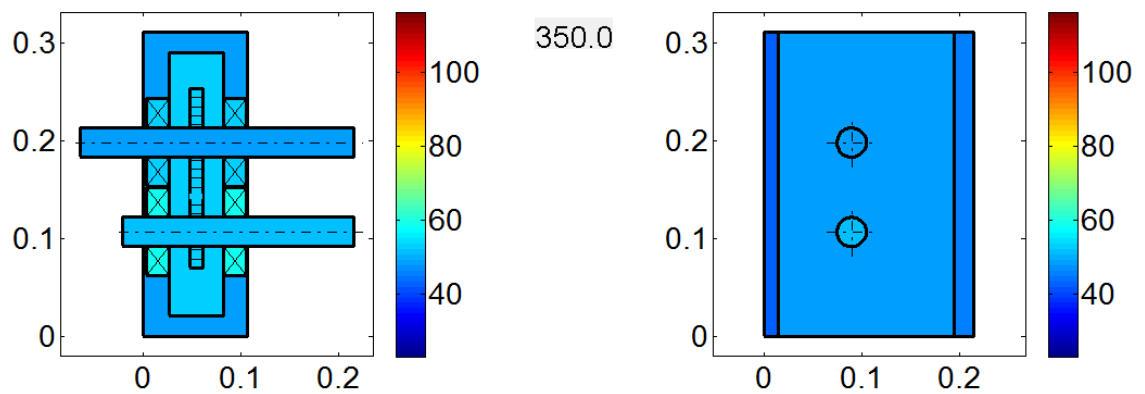


Figura 39, Dibujo de la máquina FZG a los 350.0 s cuando la velocidad de la rueda es de 20 m/s

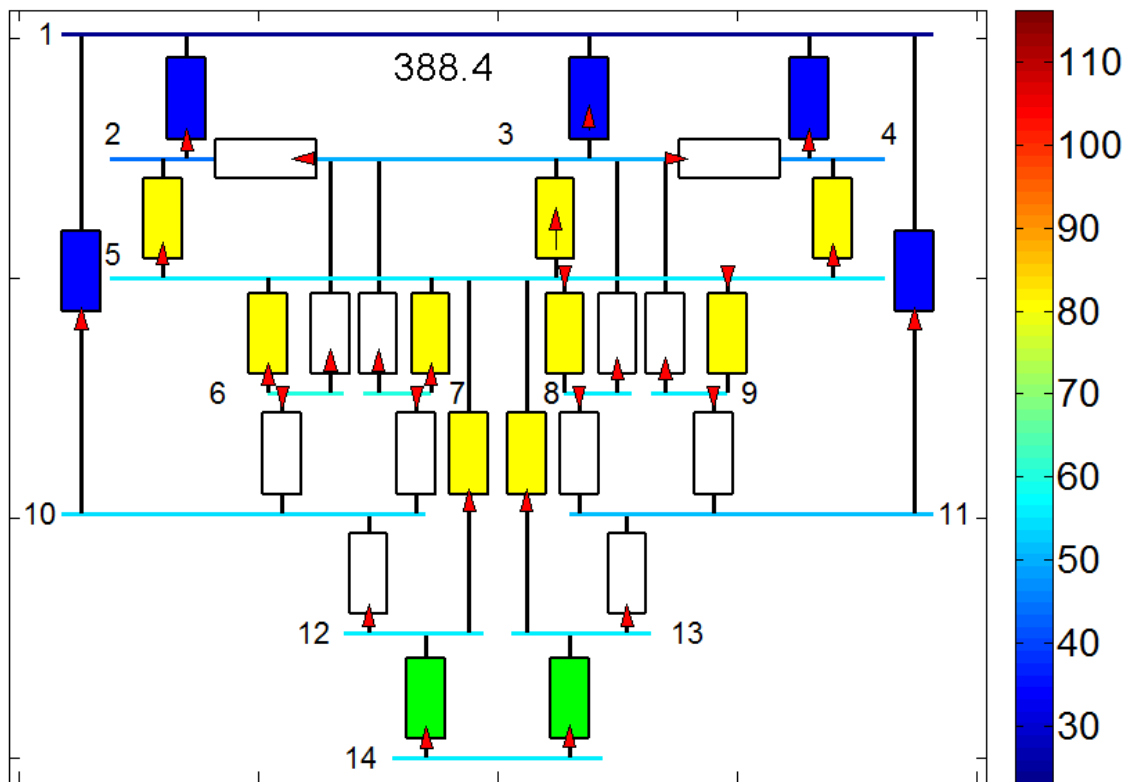


Figura 40, Dibujo de la red térmica a los 388.4 s cuando la velocidad de la rueda es de 20 m/s

Desde la Figura 37 a la Figura 40 son ejemplos de validación del modelo: los nodos 6 y 7 (rodamientos del eje del piñón) transfieren calor al nodo 10 (eje del piñón) porque las pérdidas de potencia o calor generado en los rodamientos eran mucho mayores especialmente en el comienzo, con lo que se calientan más rápido: este hecho induce una revisión de las pérdidas en los rodamientos dado el inesperado comportamiento.

5.2 Precisión del modelo

La parte lateral y la de arriba de la caja, el aceite y la rueda son los elementos que contienen pares termoelectricos, con lo que la validación de esos nodos es una muestra representativa de la precisión del modelo entero (hasta qué punto los valores empleados en el modelo están en concordancia con la realidad). Esos nodos se verificaron para las condiciones estándar y en el caso del aceite también cuando la velocidad es de 2 m/s y 20 m/s y cuando se usa un nivel de aceite diferente.

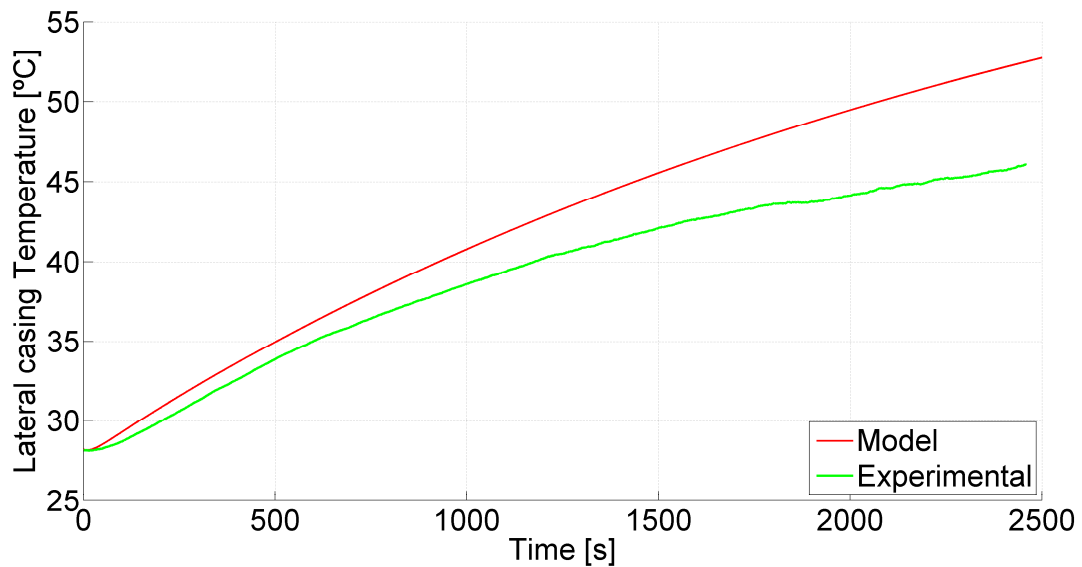


Figura 41, Validación de la evolución térmica de la parte lateral de la caja en condiciones estándar

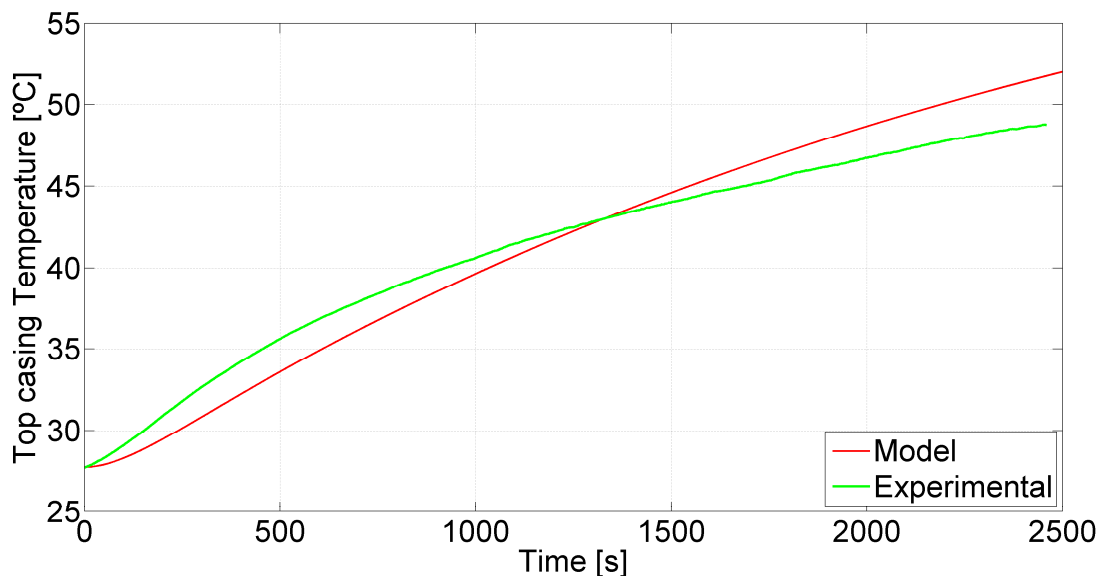


Figura 42, Validación de la evolución térmica de la parte superior de la caja en condiciones estándar

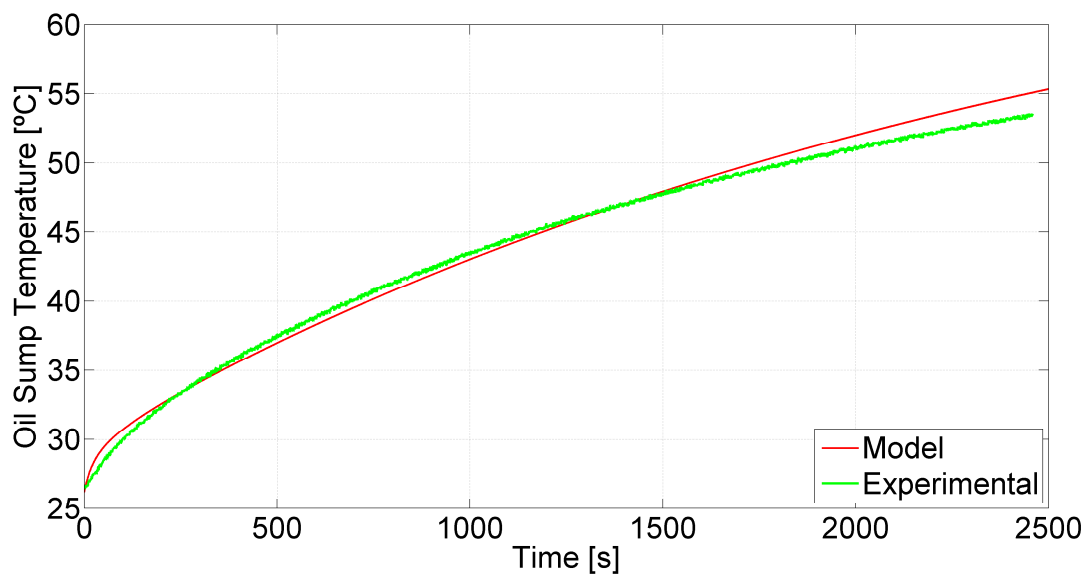


Figura 43, Validación de la evolución térmica de del aceite en condiciones estándar

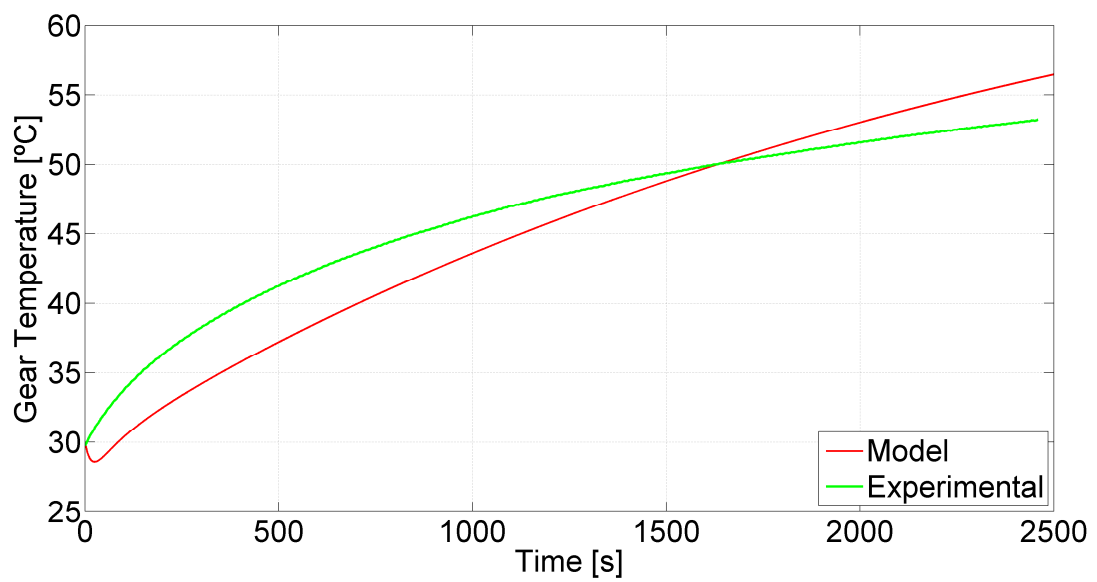


Figura 44, Validación de la evolución térmica de la rueda en condiciones estándar

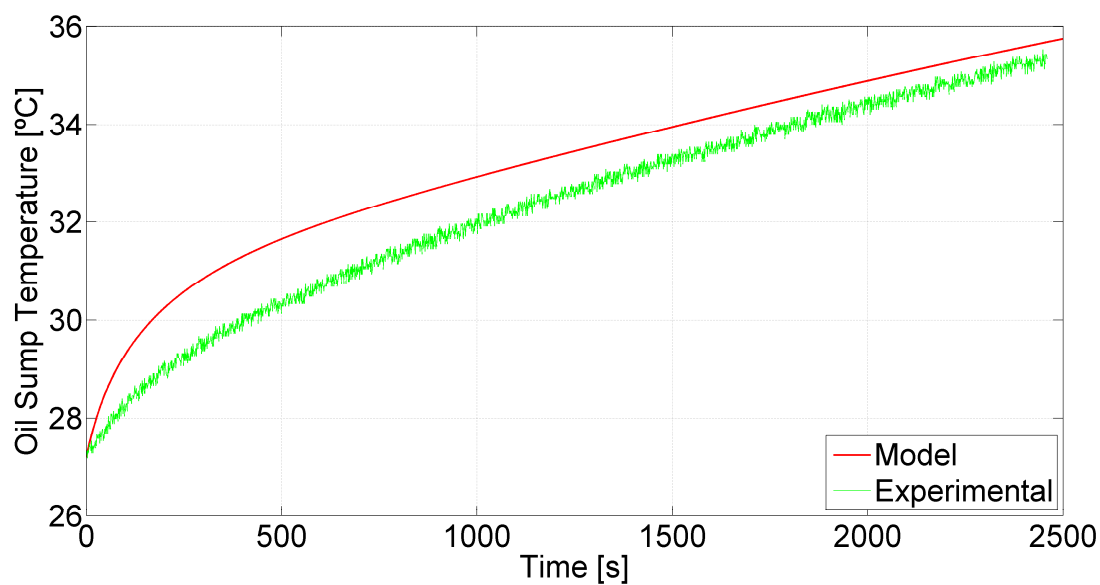


Figura 45, Validación de la evolución térmica del aceite cuando la velocidad de la rueda es de 2 m/s, el nivel de carga es el #5, el nivel de aceite es hasta la mitad de las ruedas y se usan engranajes con superficie pulida

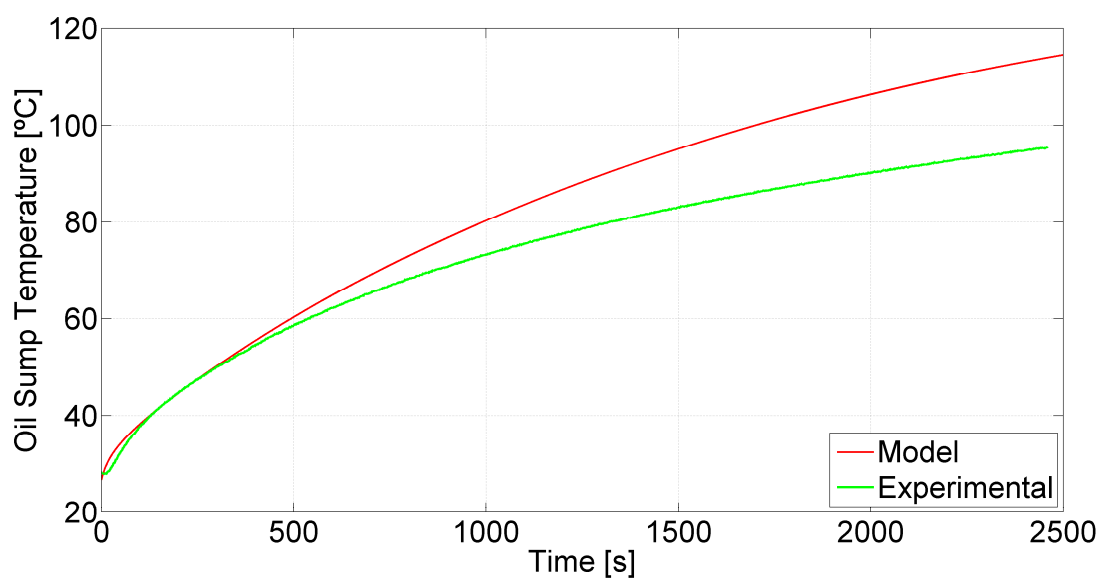


Figura 46, Validación de la evolución térmica del aceite cuando la velocidad de la rueda es de 20 m/s, el nivel de carga es el #5, el nivel de aceite es hasta la mitad de las ruedas y se usan engranajes con superficie pulida

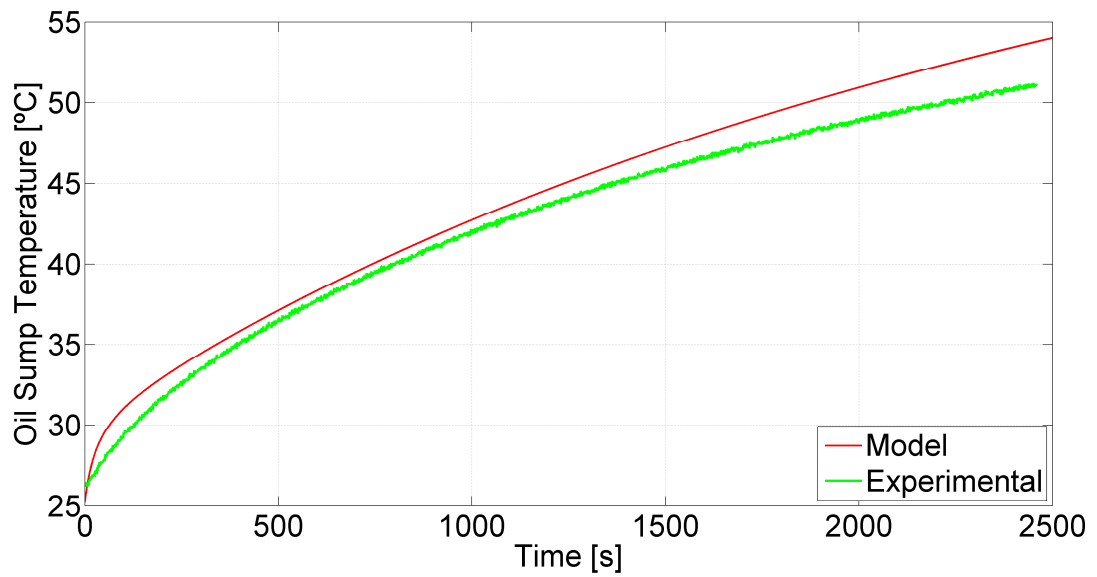


Figura 47, Validación de la evolución térmica del aceite cuando el piñón está sumergido dos módulos en el aceite, la velocidad de la rueda es de 8.3 m/s, el nivel de carga es el #5 y se usan engranajes con superficie pulida

En el siguiente capítulo se analizan estas comparaciones y se obtienen conclusiones al respecto para determinar la precisión y los límites del modelo.

6. ANÁLISIS Y CONCLUSIONES

6 ANÁLISIS Y CONCLUSIONES

En este capítulo se presenta un análisis de los resultados y las conclusiones extraídas de la investigación llevada a cabo.

6.1 Análisis

Esta sección abarca una discusión de los resultados presentados, formas alternativas de hacer ciertos cálculos, las hipótesis hechas en la metodología llevada a cabo y un análisis sobre la función ODE de *MATLAB* y el tiempo de ejecución del programa.

6.1.1 Influencia de las pérdidas de potencia

La influencia que tienen los valores de las pérdidas de potencia sobre el comportamiento térmico de los elementos se puede extraer de la Figura 24 a la Figura 28, dónde se comparan los distintos valores de las pérdidas.

De entre esas pérdidas de potencia, dado que $P_{bearing}$ es igual para todos los casos estudiados y P_{seal} es prácticamente despreciable y se halla siempre de la misma forma, las pérdidas a analizar son las de fricción y las debidas a la agitación del aceite, por tanto, las totales también. Así pues, si las pérdidas de potencia se clasificasen según el valor (W) para cada caso, se obtendría lo siguiente:

- Pérdidas de potencia totales: $P_1=P_2>P_3>P_4$
- Pérdidas por agitación del lubricante: $P_1=P_3>P_2=P_4$
- Pérdidas por fricción: $P_2>P_1>P_3=P_4$

donde los anteriores subíndices representan el número de cada caso específico de las pérdidas.

Entonces, de acuerdo a la Figura 28, se deduce que las pérdidas globales son las que más influencia tienen en el resultado de la evolución térmica del aceite porque su temperatura para los dos primeros casos son casi idénticas y mayores que para los otros. Sin embargo, las pérdidas por fricción entre engranajes no tienen especial influencia sobre la respuesta térmica del lubricante porque cuando las pérdidas totales son iguales entre sí con diferentes valores de fricción, su temperatura no queda afectada.

En cuanto al contacto entre engranajes, las pérdidas de potencia totales y las debidas a la fricción son las pérdidas que más afectan a los resultados de la temperatura del contacto: cuando las pérdidas totales son iguales, el caso que tenga una fricción más alta dará una mayor temperatura; en caso de que las pérdidas por fricción sean iguales para varios casos, el que tenga unas pérdidas globales más altas dará una mayor temperatura también. Una razón de esto es que cuanto mayor sean las pérdidas debidas a la agitación del aceite y las pérdidas totales, la temperatura del aceite también lo será, con lo que habría menos calor fluyendo de las ruedas al aceite y por ende más calor almacenado en las ruedas, incrementando la temperatura del contacto. El cociente entre el calor que

fluye de las ruedas al aceite y las pérdidas por fricción en el engrane se muestra en la Figura 30: comparando dos casos con las mismas pérdidas por fricción, cuanto mayor sean las pérdidas globales, menor será el cociente, manteniendo más calor en las propias ruedas. Este cociente da una idea de la cantidad de lubricante necesario para enfriar las ruedas: si el calor transferido de los engranajes al aceite aumenta ($\dot{Q}_{Gears-oil}$), entonces el cociente también. Esta transferencia de calor puede estar causada por diferentes factores, recogidos en la siguiente ecuación:

$$\dot{Q}_{Gears-oil} = m_{oil}c_p \cdot \frac{dT_{oil}}{dt} - \dot{Q}_{Churn} + \dot{Q}_{oil-Casing} + \dot{Q}_{oil-bearings} \quad (92)$$

que depende de la masa de aceite buscada y de las pérdidas por agitación del mismo.

Además, *SKF* también proporcionó otra manera de calcular las pérdidas de potencia en los rodamientos [20] (expresión corta), que podría ser válida “bajo ciertas condiciones”. Esa expresión es la siguiente:

$$P_{bear} = \mu_{bear} \cdot \sqrt{F_r^2 + F_a^2} \cdot \frac{d}{2} \cdot \omega \quad (93)$$

donde μ_{bear} es un coeficiente adimensional constante de fricción ($1.1 \cdot 10^{-3}$ para rodamientos de rodillos cilíndricos con jaula y sin carga axial), F_r la fuerza radial, F_a la fuerza axial (cero en este caso), d es el diámetro del aro interior del rodamiento (ver Figura 55), y ω la velocidad angular del eje en el que está.

Con este ultimo método, se obtuvieron distintos resultados de las pérdidas de potencia en rodamientos, como se aprecia al comparar la curva roja de la Figura 24 con la de la Figura 48:

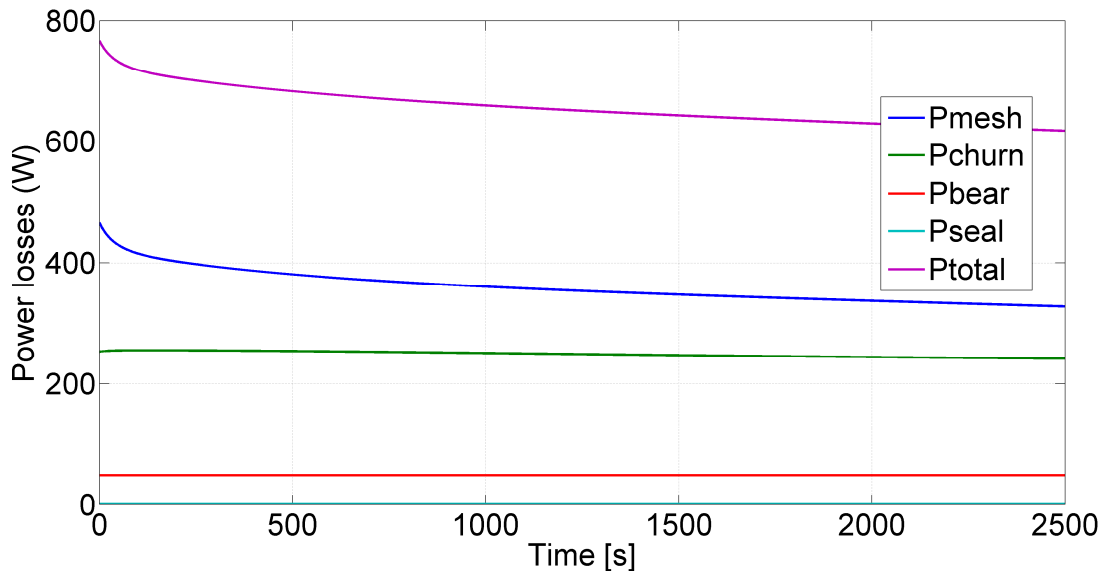


Figura 48, Pérdidas de potencia (W) de ambas cajas en condiciones estándar de funcionamiento cuando las pérdidas en los rodamientos se estiman usando la expresión corta de *SKF*

En consecuencia, las pérdidas de potencia de los rodamientos varían dependiendo de la expresión de *SKF* utilizada oscilando entre un valor medio de 334.5 W a uno constante de 48.1 W cuando la velocidad de la rueda es de 8.3 m/s.

6.1.2 Efecto de consideraciones adicionales

Al diseñar este modelo se tomaron diversas consideraciones. El efecto de éstas sobre la temperatura de los componentes se ha estudiado. Esas consideraciones son: tener en cuenta para la transferencia de calor entre el aire y la caja la bancada sobre la que se apoya ésta como una aleta de la parte inferior de la caja y el elemento cilíndrico como una aleta de la parte superior; tener en cuenta la transferencia de calor por convección entre el aceite y los rodamientos; y además las valores de las resistencias térmicas entre el aceite y las paredes de la caja.

- Se ha probado que la consideración de la bancada como aleta de la parte inferior de la caja tiene la siguiente influencia en los resultados como fuente de disipación de calor: para el aceite, tras considerar la aleta, la temperatura era inferior, de 56.1 °C a 55.4 °C y para la caja hizo lo propio, de 53.0 °C a 51.4 °C 2500 s después de que se pusiera el equipo en marcha (para condiciones estándar). La Figura 49 es un indicador de ello.

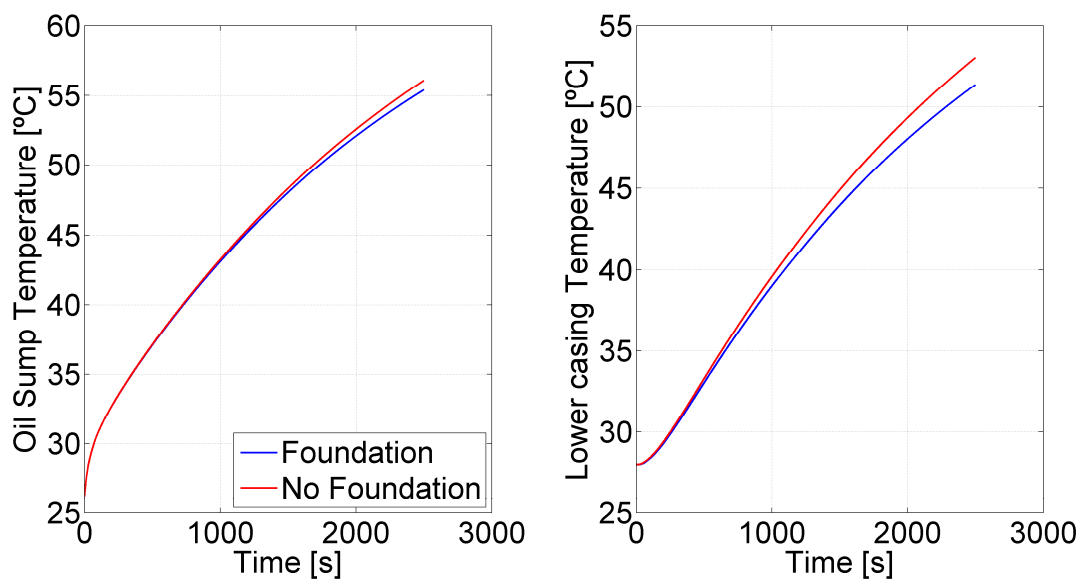


Figura 49, Respuesta térmica del aceite y de la parte inferior de la caja en condiciones estándar cuando la bancada se considera como una aleta (curva azul) y cuando no (curva roja)

- La consecuencia sobre la evolución en la temperatura dependiendo de la consideración del elemento cilíndrico situado en la parte superior de la caja como una aleta quedaría de la siguiente forma:

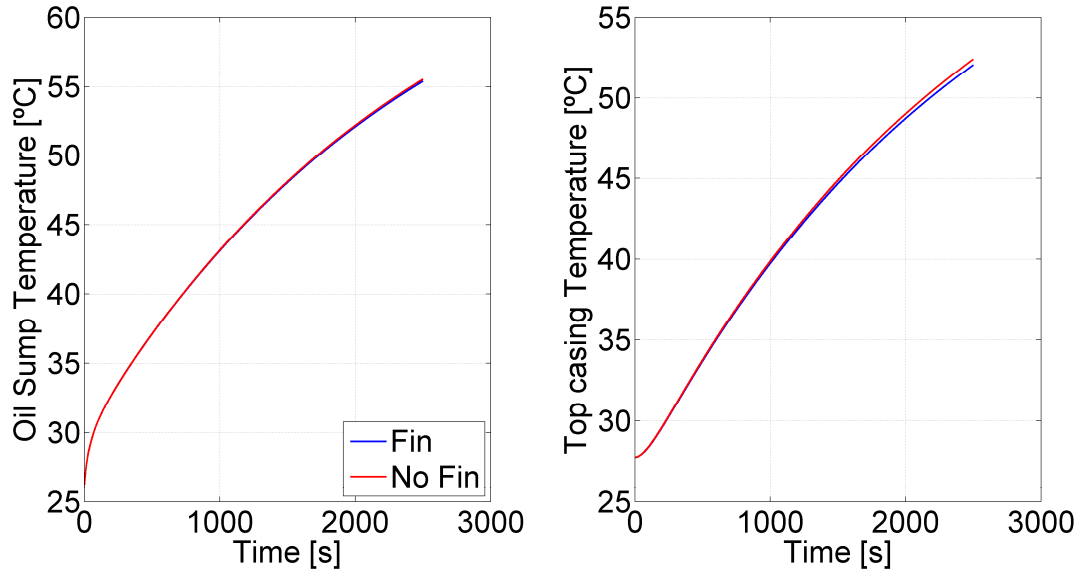


Figura 50, Comportamiento térmico del aceite y de la parte superior de la caja en condiciones estándar cuando el elemento cilíndrico situado en la parte superior de la caja se considera (curva azul) y cuando no (curva roja)

Por tanto, el considerar el elemento cilíndrico situado en la parte superior de la caja como una aleta no tiene un efecto notable en el resultado de la temperatura: la mayor diferencia encontrada es pasar de 52.43 °C a 52.1 °C para la parte superior de la caja a los 2500 s desde que se pone en funcionamiento (condiciones estándar). De este modo, para velocidades de la rueda que no sobrepasan los 8.3 m/s el efecto de esta aleta se puede despreciar.

El motivo de no considerar esta aleta como una infinita (al menos en cuanto a efectos de disipación de calor) se extrajo de la siguiente expresión (no la cumplía), conforme a Fdez. Benítez y Corrochano [13]:

$$\sqrt{\frac{2 \cdot U_{fin}}{k_{fin} \cdot R_{fin}}} \cdot L_{fin} = 0.9354 < 2.65 \quad (94)$$

Además, la razón por la que la disipación de calor de la aleta cilíndrica no fue estimada como un elemento independiente (conectando la contribución de su resistencia térmica en paralelo a la de la placa y hallar una equivalente) aplicando las mismas correlaciones que una placa vertical para convección natural radica de la siguiente condición extraída de [13] que no se cumplía:

$$\frac{D}{L} \geq \frac{35}{Gr^{1/4}} \quad (95)$$

$$0.0814 < 0.5314 \quad (96)$$

La condición de la expresión (95) no se satisfacía porque el espesor de la capa límite no es mucho menor que su diámetro y el cilindro tampoco es isotérmico. Por tanto, el considerarlo como la aleta descrita fue la mejor solución encontrada.

- La importancia de considerar en la red térmica la convección entre el aceite y los rodamientos como resistencias térmicas se ha estimado, tal y como los siguientes diagramas muestran:

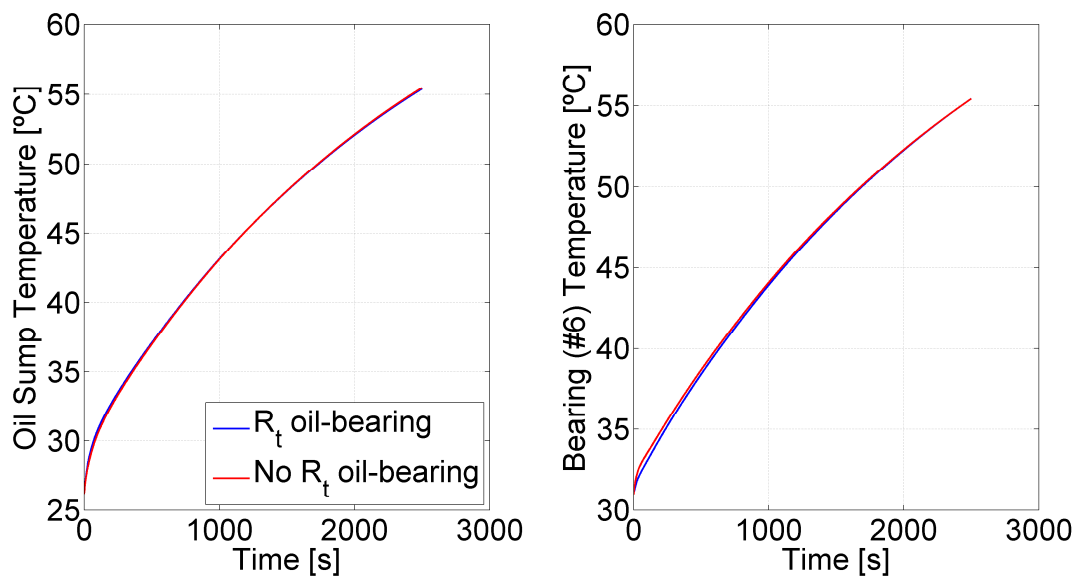


Figura 51, Evolución térmica del aceite y un rodamiento del eje del piñón en condiciones estándar según si se considera (curva azul) o no (curva roja) la convección entre el aceite y los rodamientos

De este modo, las resistencias entre el aceite y los rodamientos podrían no haberse tenido en cuenta tampoco dado que su efecto sobre la temperatura del propio aceite y rodamientos es despreciable.

- Adicionalmente, dado que los términos de convección entre el aceite y las paredes de la caja se obtuvieron considerando que no hay disipación viscosa, lo que no es cierto, la respuesta térmica del sistema cuando esos valores cambian considerablemente para ver su importancia se aprecian en la Figura 52. La evolución de la temperatura del aceite y de la caja se representa dependiendo del valor de α . α es un factor que se aplica sobre cada resistencia térmica entre el aceite y cada parte de la caja. $\alpha=1$ cuando los valores se obtienen aplicando la metodología explicada en capítulos anteriores.

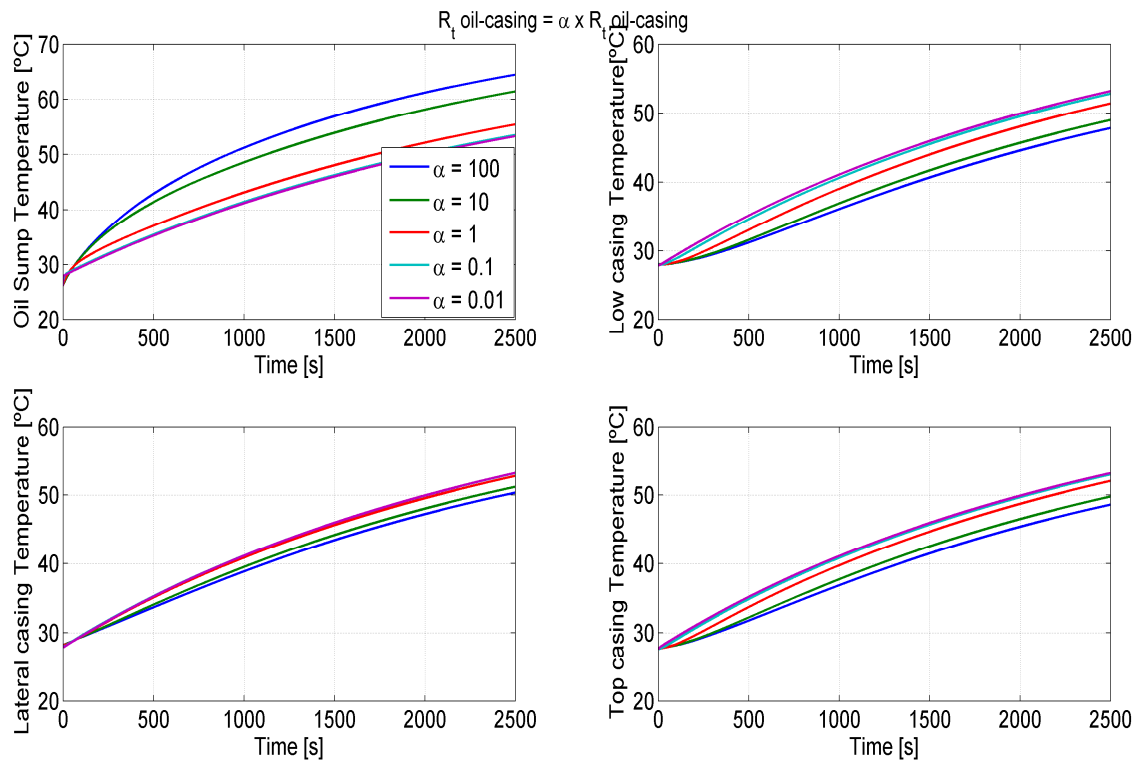


Figura 52, Respuesta térmica del aceite y las partes de la caja en condiciones estándar dependiendo de los valores de la resistencia térmica. α se estima con respecto al valor usado en “Método”

De la Figura 52 se concluye que cuanto más bajos son los valores de α , menos influencia (menos cambia el resultado) tienen las resistencias de convección entre el aceite y cada parte de la caja sobre la temperatura de los componentes, y viceversa. El valor de referencia ($\alpha=1$) no incluye los efectos viscosos del lubricante sobre las placas. Si esos efectos se considerasen, entonces el valor de la resistencia térmica sería menor dado que se disiparía más calor al contacto. Por tanto, esa hipótesis considerada no tiene un gran efecto sobre la evolución de la temperatura.

6.1.3 Restricciones e hipótesis

Las restricciones del modelo diseñado provienen principalmente de aspectos termo-físicos:

- En cuanto a los nodos, la primera hipótesis tomada fue considerar que el modelo aceptaba el método de la capacitancia pero con algunas salvedades. De acuerdo a Çengel [25], el análisis de un sistema que admite el método de la capacitancia “asume una distribución de temperatura uniforme a lo largo de todo el cuerpo, que sólo se da cuando la resistencia térmica de un cuerpo a conducir calor es cero. De este modo, el análisis de un sistema que utilizada el método de la capacitancia es exacto cuando $Bi=0$ ”.

El número de Biot (Bi) se define como el cociente entre la resistencia de conducción en todo el cuerpo y la de convección en la superficie del cuerpo

$$Bi = \frac{h L_c}{k} = \frac{R_{th,conduction}}{R_{th,convection}} \quad (97)$$

Si $Bi < 0.1$ entonces al elemento o sistema se le puede aplicar el método de la capacitancia y considerarse como un todo, porque la conductividad es tan alta que el elemento tiene la misma temperatura en todo su cuerpo. Por tanto, aplicando este método no es necesario definir nodos en cada elemento, sino el elemento entero.

Se ha demostrado que la condición no se cumplía: el número de Biot es siempre mayor a 0.1 para cada elemento. Por tanto, han de definirse los nodos como geometrías bidimensionales: líneas en un plano o superficies en una pieza tridimensional, donde se puede considerar resistencias de conducción entre medias. Se aplica el método de la capacitancia cuando se usa el primer principio de la termodinámica para obtener cada temperatura: la masa es la de todo el elemento y el nodo representa la temperatura de todo ello. De otra forma el modelo hubiera sido mucho más complejo y quizás no mereciese la pena tanto esfuerzo, de acuerdo al objetivo establecido. La temperatura de cada nodo que pertenece al elemento en cuestión se trata como la temperatura de todo el elemento, pero realmente, cuando pasamos de un elemento sólido a otro, hay resistencia de conducción entre ellos que se ha considerado.

- El estudio se hizo con el fin de analizar la caja de ensayos de engranajes, con lo que el análisis de la caja esclava no se hizo completamente.

Cuando las pérdidas de potencia totales se hallan experimentalmente, dado que el nivel de aceite de la caja esclava era siempre el mismo (hasta la mitad de los engranajes) y el de la caja de pruebas a veces era distinto, la hipótesis de considerar las pérdidas de cada caja la mitad de las totales, no es siempre 100% correcto.

Además, en la radiación de la caja no se tuvo en cuenta el posible intercambio radiativo entre ambas cajas, ni la radiación reflejada de las paredes de la habitación hacia la caja: sólo de la caja de pruebas de engranajes hacia la habitación.

- La radiación entre la aleta de los ejes a la habitación no se ha tenido en cuenta.
- Para la convección entre el aceite y las paredes de la caja, no se ha considerado que el fluido sea viscoso: se desprecian los efectos viscosos. Además la velocidad tangencial del aceite sobre las paredes de la caja no es precisa y no tiene directamente en cuenta su viscosidad en dicha velocidad.
- La convección debida al aire del interior de la caja de pruebas tampoco se ha considerado. Especialmente para altas velocidades esto es despreciable porque el lubricante está en contacto con todos los componentes.

- El elemento cilíndrico de la parte superior de la caja se tomó como una aleta.
- Las resistencias de contacto entre materiales no se han considerado. Únicamente se ha tenido en cuenta el término debido a la deformación elástica por el engrane entre dientes, que no se puede despreciar.
- El valor de la resistencia térmica debida al movimiento centrífugo del rodamiento incidiendo sobre el aceite es desconocido. Se asumió que fuese tres veces mayor al valor entre piñón y aceite.
- La temperatura del aire fuera de la máquina se tomó como constante (23°C).
- La densidad y la conductividad térmica se consideraron constantes para todos los elementos sólidos. La densidad del lubricante se tomó también como constante puesto que se probó que su variación nunca era mayor al 3% en las condiciones de funcionamiento consideradas.

6.1.4 Función ODE

Los resultados de la temperatura del aceite y de la rueda en función del tiempo para diferentes condiciones de funcionamiento (8.3 m/s y 20 m/s) mostraron la misma validez para cada *ode* probada: *ode45*, *ode23* (ambas utilizan el método Runge-Kutta), *ode113* (método Adams), *ode23s* (método Rosenbrock) y *ode23t* (aplicando la regla trapezoidal) [22]. Por tanto, el siguiente punto a discutir es su manejo o capacidad para extraer variables de la función, cómo mantener la precisión de la función dependiendo de futuras modificaciones y el tiempo de resolución:

- Únicamente la *ode113* y *ode23* extraen valores que pertenecen a los calculados dentro de la función ODE (las componentes del vector de salida son escogidas de las calculadas, sin hacer nuevos cálculos). Como consecuencia, mediante la función *find*, sería posible extraer otras variables de dentro de la función ODE y hacer que tengan los valores correspondientes a los de los mismos índices que la *ode* selecciona para las variables de salida. Por lo tanto, es posible guardar cada valor de cada variable (temperaturas, transferencia de calor, resistencias térmicas, y otros) en el mismo instante de tiempo: beneficioso para la precisión y los diagramas. Si se quisiesen usar otras funciones ODE, debería encontrarse otra manera de extraer variables.
- La precisión de los diagramas temperatura en función del tiempo es la misma a efectos prácticos al usar cualquier función ODE. Sin embargo, es recomendable mantener un rango de precisión en caso de futuras versiones (valores o funciones más complejas o intensas).
- Siempre se busca acortar el tiempo de ejecución. Todas las funciones mencionadas excepto la *ode45* son más rápidas que la *ode113* como se muestra en la función *profiler* (ver ANEXO D). La *ode23s* y la *ode23t* son

las más rápidas: les llevó 11 s en realizar toda la ejecución, contrastando con los 161 s de la *ode113* cuando el programa se ejecutó con condiciones estándar.

6.1.5 Validez del modelo

La validez del modelo depende de la evolución térmica obtenida de los nodos de interés. Estos nodos son: el aceite, el piñón, la rueda y el contacto y los rodamientos. De entre ellos, sólo la temperatura del aceite y la de la rueda se pudieron medir experimentalmente. Observando desde la Figura 41 a la Figura 47, se puede comparar los resultados térmicos del modelo virtual con los reales. Dependiendo de la velocidad de la rueda se obtuvo distinta validez y concordancia entre los resultados del modelo y los experimentales:

- Para las condiciones estándar la temperatura del aceite en el modelo se ajusta a la curva experimental pero hay menos concordancia en el caso de la temperatura de la rueda, llegando a alcanzar una diferencia máxima del 11% entre la temperatura experimental de la rueda y la del modelo. La razón de esta menor precisión en la temperatura de la rueda podría provenir de las pérdidas por fricción en el engrane, que no son conocidas experimentalmente, y también de la importancia de donde se ha colocado exactamente el termopar (resultados experimentales). En las mismas condiciones pero con un nivel de aceite menor, la respuesta es prácticamente idéntica al otro nivel de aceite.
- Para velocidades de la rueda más bajas, como 2 m/s, la respuesta de la temperatura del lubricante también es válida.
- Para velocidades altas como 20 m/s los resultados del modelo no satisfacen los experimentales pasado el estado transitorio de la curva (a partir de 500 s), donde la pendiente debería ser menos acentuada. Dado que la potencia calorífica generada (pérdidas de potencia) lleva a calor almacenado en los elementos y a calor disipado al exterior (aire), el modelo sería aplicable para velocidades de la rueda más altas si se transfiriese más calor al aire, para que almacenen menos los elementos.

6.1.6 Impacto socio-económico y medioambiental

Las pérdidas de rendimiento en la caja de pruebas de engranajes se transforman en calor disipado. Si estas pérdidas se redujesen, optimizando el uso de lubricante necesario con este estudio, supondría una mejora económica en el sentido de aumento del rendimiento y por ende, de la eficiencia de la transmisión, que es lo deseado. Al optimizar el uso de lubricante el beneficio económico sería sencillo de estimar.

Por otra parte, si el modelo virtual alcanzase aún mayor precisión, tal que los resultados experimentales de la temperatura de los componentes sean prácticamente iguales a los del modelo virtual, se ahorrarían ensayos de temperatura, y por tanto, tiempo y coste.

El ahorro de lubricante comentado podría enlazarse con una posible reducción del impacto medioambiental, pues, según CCOO Aragón [26], el uso inadecuado de aceite usado puede tener graves efectos dañinos. Por consiguiente, si se redujese la cantidad de lubricante, estos efectos podrían reducirse de forma indirecta, si bien es cierto que la mejor manera de operar es controlando el lubricante para saber cuándo cambiarlo sin que se generen residuos

Por otra parte, al reducir las pérdidas de rendimiento, se disiparía menos calor al exterior, evitando un sobrecalentamiento tanto de los componentes de la caja, como del ambiente.

6. 2 Conclusiones

Se pueden extraer las siguientes conclusiones del modelo:

- Se ha desarrollado y verificado para distintas condiciones de funcionamiento un modelo térmico de una caja de pruebas de engranajes de la máquina FZG realizando un programa en *MATLAB* para ello. En este programa ha sido necesario implementar más de cuarenta funciones y declarar un número de líneas de código del orden de cinco mil.
- El método escogido, sistema al que se le aplica el método de la capacitancia, fue una manera apropiada de abordar el estudio térmico del sistema. No obstante, si se necesitasen resultados más próximos aún a los experimentales, entonces un método diferente como el de elementos finitos podría mejorar la precisión.
- El programa hecho permite extraer todas las variables calculadas en cada instante de tiempo: propiedades termo-físicas, resistencias térmicas, pérdidas de potencia, temperatura de cada nodo, flujo de calor entre elementos, etc. Por tanto, es posible conocer la evolución de cada variable en función del tiempo.
- La capacidad y aplicabilidad del modelo se puede ampliar. Otro sistema de lubricación, el sistema de refrigeración, el uso de engranajes de otro material o de engranajes tratados superficialmente se podría implementar sin producir ningún cambio importante en el modelo original. Este hecho hace que el programa sea versátil, pudiéndose implementar nuevas características útiles en el futuro.
- Diseñar un modelo térmico de una caja de pruebas de engranajes implica una expansión en los límites de la investigación en eficiencia y desgaste. Las expresiones teóricas utilizadas en el programa siempre pueden ser sustituidas por experimentales y obtener unas interacciones en transferencia de calor aún más realistas. De este modo la aplicabilidad del modelo no está únicamente restringida a los resultados obtenidos hasta el momento.
- Los resultados térmicos dependen de las condiciones de funcionamiento usadas. Para una velocidad de la rueda de 8.3 m/s los resultados de la temperatura del aceite demostraron su validez pero una falta de precisión con respecto a los experimentales para velocidades más altas.
- En cuanto a velocidades altas, se ha demostrado que el considerar convección forzada entre el aire y la caja mejora el comportamiento térmico del modelo una vez pasada la parte transitoria de la curva, ajustándose a los resultados experimentales. No obstante, esta convección forzada del aire no tiene lugar.

- Al realizar ensayos de eficiencia sin precarga aplicada, se obtuvieron las pérdidas debidas a la agitación del aceite en función de la temperatura del lubricante y de la velocidad de la rueda para los dos distintos niveles de aceite estudiados. Los resultados mostraron que no eran sensibles a la viscosidad del aceite a partir de velocidades de la rueda de 8.3 m/s. Este hecho sugiere el uso de lubricación por spray porque la lubricación por barbotaje parece que sólo sirve para enfriar las ruedas en lugar de lubricar también.
- Tras dibujar la curva de la temperatura del contacto en el engrane dependiendo de las diferentes formas de obtener las pérdidas de potencia (cuatro casos), se ha concluido que ésta depende especialmente de la fricción y las pérdidas totales.
- La temperatura del aceite depende de las pérdidas totales. Además, el cociente entre el calor transferido de las ruedas al aceite y las pérdidas por fricción en el engrane se puede aplicar como una aproximación a la cantidad de lubricante necesaria porque esa cantidad de calor depende de la masa de aceite y de las pérdidas por agitación.
- Los resultados también mostraron que algunas modificaciones introducidas (aleta cilíndrica y resistencias entre aceite y rodamientos) con respecto a otros modelos como el de Durand de Gevigney et al. [2] no son de interés práctico porque no se obtuvieron cambios considerables sobre la temperatura.
- En relación con la rapidez del programa, se podría lograr una reducción del tiempo de ejecución: cambiando la *ode113* por la *ode23* haría que el programa fuese más rápido sin grandes cambios. La *ode23s* y la *ode23t* son las funciones más rápidas de entre todas ellas.

En cuanto a las conclusiones personales extraídas, cabe destacar las siguientes:

- El tener que realizar un programa en *MATLAB* desde cero ha sido muy significativo de cara a mi formación y aprendizaje en la programación. El uso de las funciones existentes en el programa como las *ode* que resuelven ecuaciones diferenciales, la creación de otras nuevas, de sentencias condicionales, de bucles, el manejo de matrices, la creación de gráficos y, en especial, de gráficos animados que varían su apariencia en el tiempo, hace que el nivel que tenía en programación haya sido superado con creces, lo que supone una gran satisfacción personal.
- Lo segundo a destacar de los meses dedicados al proyecto es el idioma. Lo aprendido y mejorado del inglés ha sido notorio, tanto a nivel de expresión oral, al tener reuniones semanales con mi supervisor de la universidad de destino, conversaciones diarias con los alumnos del doctorado que se dedican a la eficiencia y desgaste en engranajes y al haber defendido la tesis en inglés; como de expresión escrita, al haber redactado el proyecto en inglés.

- En el tema de transferencia de calor y de eficiencia en una caja de ensayos de engranajes, analizando resultados y tras consultar artículos y diversas referencias, se ha avanzado hasta el punto de conocer, por ejemplo, las variables de las que depende la cantidad de lubricante a utilizar.
- Al trabajar en un entorno multidisciplinar y compartir ideas y conocimientos, resulta más sencillo obtener conclusiones. El conocimiento de otros estudiantes o profesores del departamento aporta mucho a nivel personal y profesional.
- Conocer el equipo FZG y aprender a realizar ensayos de eficiencia permite el aprendizaje también a nivel práctico. No es lo mismo trabajar con una máquina que no se está manipulando ni se dispone de ella que tenerla presente. La productividad del proyecto es mayor al disponer de más datos y conocer mejor la máquina de trabajo.
- El hecho de tener que plasmar todo lo estudiado por escrito, en este caso mediante *Microsoft Office*, ha provocado que mejore en su uso, especialmente en *Excel* y *Word*.

7. RECOMENDACIONES Y LÍNEAS FUTURAS

7 RECOMENDACIONES Y LÍNEAS FUTURAS

En este capítulo se da una serie de recomendaciones acerca de cuándo usar el modelo y de trabajo o línea a seguir en un futuro en este campo, como continuación del proyecto.

7.1 Recomendaciones

Un análisis del banco de pruebas de engranajes requiere una amplia investigación en engranajes, lubricante y pérdidas de potencia o calor disipado. La eficiencia en la transmisión depende de esas pérdidas, que son altamente dependientes del lubricante. Un conocimiento mayor sobre ello requiere conocer el comportamiento térmico de los elementos de la caja de ensayos de engranajes. Así pues, el modelo térmico da la posibilidad de interpretar el flujo de calor en todos los elementos: el calor que fluye de los engranajes al aceite en comparación con las pérdidas por fricción es un ejemplo de su aplicabilidad. Además, la red térmica dinámica hecha, hace que este entendimiento sea más visual gracias a las flechas (flujo de calor) y al cambio en el color de los nodos (temperatura).

Un uso en el futuro del modelo es de interés práctico. El programa se puede usar como una herramienta de investigación en las pérdidas de potencia mencionadas. Para las mismas condiciones de funcionamiento, donde el modelo encaja con la realidad, los resultados pueden usarse para obtener las pérdidas de potencia y minimizar la cantidad de lubricante a usar, como proceso inverso. Por lo tanto, el aplicar el programa como una herramienta de transferencia de calor, junto con otros estudios en eficiencia de engranajes, podrían servir para ampliar el conocimiento en este campo.

Las recomendaciones sobre modificaciones que hacer en el futuro para mejorar el modelo se proponen en la siguiente sección.

7. 2 Líneas futuras

Se puede sugerir trabajo futuro en este proyecto de tres formas distintas:

1. Manteniendo el modelo, pero cambiando elementos internos, tales como ciertos valores de pérdidas de potencia o resistencias térmicas, o implementando características adicionales como una forma de ampliar el alcance.
2. Dividir algún elemento en más nodos: extensión de la red térmica.
3. Cambiar el actual sistema que emplea el método de la capacitancia por uno de elementos finitos.

En caso de mantenerse el modelo, se podrían mejorar los siguientes aspectos:

- El calor disipado hacia el aire, es decir, el calor que no se almacena en el cuerpo de los elementos, deberá incrementarse para poder aplicar este modelo a velocidades de la rueda más altas. Este hecho sugiere un estudio más profundo de la convección del aire.
- Mayor precisión de los valores del movimiento del lubricante en contacto con las paredes de la caja cuando la velocidad de la rueda supera los 2 m/s para poder así obtener un número de Reynolds mejor, y con ello una resistencia térmica más precisa. Si se continuase la investigación en el movimiento del aceite, como el hecho hasta ahora por Hartono et al. [11], convendría aplicarlo a este modelo. Además, tener en cuenta el calor disipado a la caja debida a la viscosidad del aceite mejoraría ligeramente los resultados (no cambia mucho los resultados).
- Obtener una fórmula precisa para las pérdidas debidas a la agitación del lubricante aplicable a todas las condiciones de funcionamiento. Ajustando los resultados obtenidos a las expresiones usadas por Changenet y Velez (2007) [7], se podrían usar incluso las mismas fórmulas si los coeficientes experimentales, ψ , se estimasen para este caso en particular.
- Probar otras expresiones para las pérdidas de potencia en rodamientos para asegurarse cuáles se ajustan mejor a este equipo de pruebas.
- Debería implementarse también otras características adicionales en el programa, como la lubricación por spray para velocidades del engranaje más altas que 8.3 m/s.
- Encontrar otra manera para extraer las variables de la función ODE, tales como valores potencia calorífica transferida, resistencias térmicas y pérdidas de potencia, que permita el uso de la *ode23s* o la *ode23t* haciendo que el tiempo de ejecución del programa se acorte.

Si la idea de aplicar el método de la capacitancia se mantuviese, algunos otros cambios mejorarían la precisión de los resultados:

- La parte lateral de la caja es mucho más amplia que el resto de elementos, así que si cada parámetro que se usa representa un todo de la caja, se pierde precisión. Se requeriría al menos usar cuatro nodos para esta parte (uno para cada superficie vertical de la parte lateral), dado que cada uno de ellos interacciona de manera diferente con el aceite.
- Considerar que la temperatura de la superficie del eje representa la del conjunto del eje difiere de la realidad, puesto que el gradiente entre la superficie y el eje axial no es despreciable.

La principal hipótesis asumida en el proyecto fue aplicar el método de la capacitancia al sistema. Sería interesante hacer un estudio de elementos finitos para ver también los gradientes de temperatura que hay en cada elemento.

Dadas las múltiples aplicaciones que tiene la temperatura de contacto entre engranajes en términos de fricción y desgaste y la incapacidad para estimarla empíricamente, se recomienda efectuar un estudio más detallado que lleve a la obtención de una temperatura de la rueda y del piñón más próxima a la experimental. La interacción entre el aceite y las ruedas podría ser una razón de ello, porque la temperatura del aceite no es la misma en toda ella. El método de elementos finitos o discretizar cada elemento en diversas partes y añadir muchos más nodos haría que los resultados fuesen más precisos.

8. PLANIFICACIÓN TEMPORAL Y PRESUPUESTO

8 PLANIFICACIÓN TEMPORAL Y PRESUPUESTO

En este capítulo se incluye la organización temporal seguida para llevar a cabo este proyecto. Además se estima el presupuesto aproximado que ha supuesto la elaboración de la tesis.

8.1 Planificación temporal

En la Figura 53 y la Figura 54 se observa el diagrama de Gantt de la distribución temporal del proyecto entero, desde el primer día, y el desglose de la parte correspondiente al programa hecho en *MATLAB*, respectivamente.

De la Figura 53 se observa que se empezó con una investigación previa consultando diversas fuentes relacionadas con el tema para adquirir más conocimiento sobre ello. Se empezó a hacer el programa en *MATLAB*, el cual se empezó con una versión I más sencilla hasta llega a la versión definitiva. La parte de programación ha sido la más extensa del proyecto. Con datos experimentales disponibles se fue comprobando y ajustando diversos parámetros del programa hasta llegar a la versión realista más próxima a los resultados experimentales. Las mediciones de laboratorio se hicieron en 4 días.

Una vez obtenidos todos los resultados se procedió a analizarlos y obtener conclusiones del proyecto hecho, en el que se respondían a las preguntas planteadas en los objetivos marcados. Finalmente, y tras revisar la memoria hasta su entrega definitiva el 11 de junio en KTH, se procedió a traducir todo el proyecto del inglés al castellano para que sea más sencillo de entender, lo que llevó dos meses.

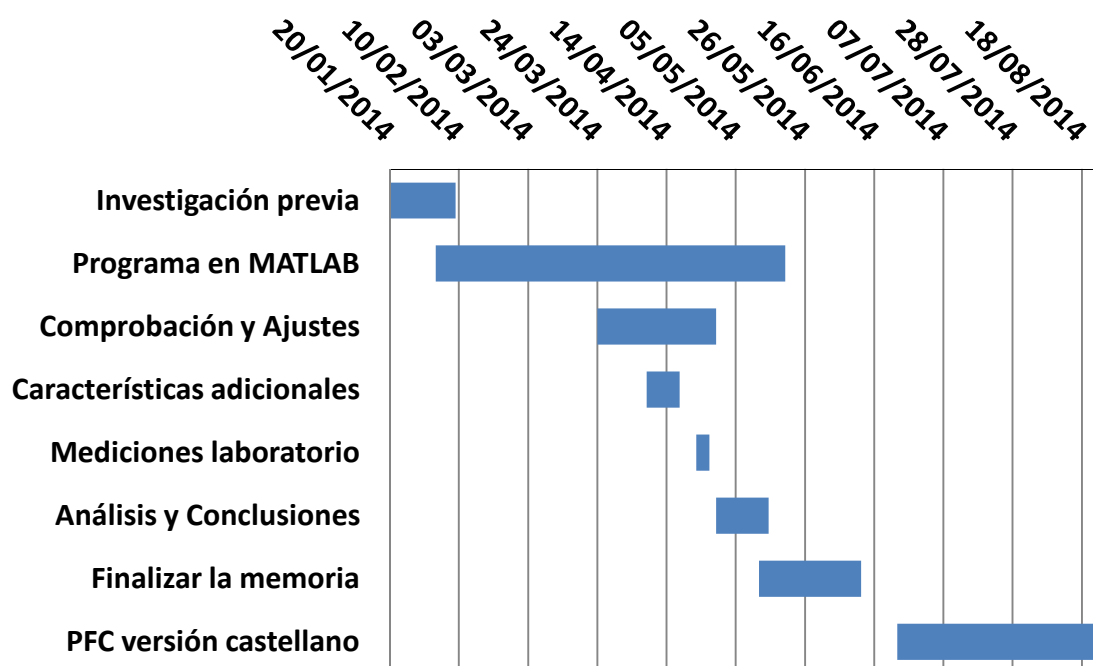


Figura 53, Diagrama de Gantt del proyecto. Desde el primer día hasta que está listo para entregar

La Figura 54 muestra el desglose del programa. Se observa del diagrama que la función ODE fue ajustándose y retocándose hasta obtener el mejor resultado que se ha considerado y la mejor organización y entendimiento.

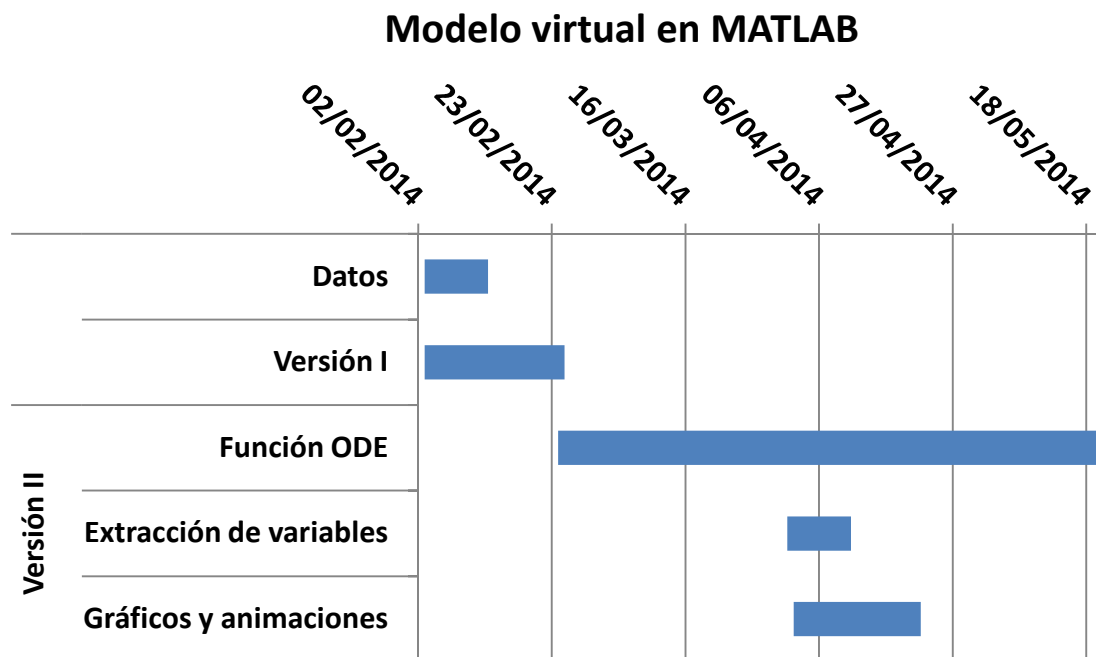


Figura 54, Diagrama de Gantt desglosado del programa hecho en *MATLAB*

8. 2 Presupuesto

La Tabla 5 muestra un desglose del presupuesto estimado del proyecto considerando que el trabajo de un ingeniero junior es de 15€/hora y tomando una media de 6h/día de trabajo en Estocolmo y 3 en la traducción y ciertas mejoras en Madrid y teniendo en cuenta la licencia de los programas usados como el paquete Office (PowerPoint, Word y Excel), el valor del ordenador portátil, así como los dos libros en versión impresa utilizados (“*Gears and gear drives*” y “*Cuadernos de transmisión de Calor*”) y el transporte hasta la universidad KTH, se tiene un total de 16204.15€.

En estos cálculos no se ha tenido en cuenta el coste que supondría el trabajar con la máquina FZG de pruebas de engranajes (lubricante, desgaste...) ni luz ni agua.

Tabla 5, Presupuesto de la realización del proyecto desglosado

Ítem	Días	Horas/día	Horas	€/h	€/ítem
Trabajo Junior: PFC KTH	143	6	858	15	12870
Trabajo Junior: traducción	60	2.5	150	15	2250
Ordenador portátil					500
Licencia paquete <i>office</i> [27]					129.99
Licencia <i>MATLAB</i> [28]					35
Libro Damir Jelaska [29]					108
Cuadernos de T. Calor [30]					15.6
Transporte [31]	150				295.56
				TOTAL	16204.15 €

9. REFERENCIAS

9 REFERENCIAS

- [1] Fordonsstrategisk Forskning och Innovation FFI:” *FFI Hållbar framtagning av Kuggtransmissioner*”. Delprogram Hållbar produktionsteknik. December 2012.
- [2] Durand de Gevigney, J.; Changenet, C.; Ville F.; Velez, P.: “*Thermal modeling of a back-to-back gearbox test machine: Application to the FZG test rig*”. Proceedings of the Institution of mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology 2012.
- [3] Öun, Martin; Ericson, Peter; Larsson, Svante. KTH: “*Modellering och analys av kuggrigg*”. Modelos en CAD de su *Bachelor Thesis*. Mayo 2012.
Modelos rediseñados por Mario Sosa, estudiante de doctorado. Abril 2014.
- [4] Niemann, G.; Lechner, G.: “*The measurement of surface temperatures on gear teeth*”. Journal of Basic Engineering, 87(3), 641-651. 1965.
- [5] Manin, Lionel-I.N.S.A Lyon, “*Modèles de comportement multiniveaux pour la Conception Mécanique Assistée par Ordinateur: Application à la prévision du comportement thermique de transmissions de puissance par engrenages*”. Tesis para obtener su doctorado. Enero 1999.
- [6] Xu, Hai; B.S.; M.S.E.; M.S.: “*Development of a generalized mechanical efficiency prediction methodology for gear pairs*”. Degree Doctor of Philosophy in the Graduate School of The Ohio State University. 2005.
- [7] Changenet, C.; Velez, P.: “*A model for the Prediction of Churning Losses in Geared Transmissions-Preliminary Results*”. Enero 2007.
- [8] Höhn, Bernd-Robert; Michaelis, Klaus; Wimmer, Albert: “*Low Loss Gears*”. Página 30. Junio 2007.
- [9] Seetharaman, Satya; B. E.; M. S.; The Ohio State University, “*An investigation of load-independent power losses of gear systems*”. 2009.
- [10] Dr.-Ing. Joachim, F.: “*Method to determine the frictional behaviour of lubricants using FZG gear test rig*”. FVA Information sheet, Research Project No. 345, Efficiency test. Marzo 2002.
- [11] Hartono, Erwin Adi; Golubev, Maxim; Chernoray, Valery -Departamento de Mecánica Aplicada, Chalmers University of Technology, Gotenburgo, Suecia: “*PIV Study of Fluid Flow Inside A Gearbox*”. 10th International Symposium on particle image velocimetry-PIV13. Delft, Países Bajos. Julio 1-3, 2013.
- [12] Höhn, B.-R.; Michaelis, K.; Otto, H.-P. -Technical University of Munich (TUM), Gear Research Centre (FZG), Boltzmannstr “*Minimised gear lubrication by a minimum oil/air flow rate*”. Elsevier B.V. 2008.
- [13] Fernández Benítez, José Antonio; Corrochano Sánchez, Carlos: “*Cuadernos de Transmisión de Calor*”. 1ª Edición. Enero 2011.

- [14] Lienhard IV, John H.; Lienhard V, John H.: “*A Heat transfer book*”. 3ª Edición (2008): Apéndice A (“Some thermo-physical properties of selected materials”).
- [15] El Primer Principio de la Termodinámica:
“<http://cnx.org/content/m42232/latest/?collection=col11406/latest>”.
- [16] Changenet, C.; Oviedo-Marlot, X.; Vexex, P.: “*Power loss predictions in geared transmissions using thermal networks-applications to a six-speed manual gearbox*”. Mayo 2006.
- [17] Jelaska, Damir: “*Gears and gear drives*”. John Wiley & Sons, Ltd: Capítulos 2 (“Geometry of Cylindrical Gears”), 3 (“Integrity of Gears”) y 4 (“Elements of Cylindrical Gear Drive Design”). 2012.
- [18] Direct Industry: “<http://www.directindustry.es/prod/wmh-srl/engranajes-rectos-99689-924469.html>”.
- [19] Harris, Tedric A.: “*Rolling bearing analysis*”. 3ª Edición Wiley. Interscience. 1991.
- [20] Grupo SKF, “*Rolling bearings*”. Octubre 2012.
- [21] Industriales, ETSII-UPM diapositivas de “*Esfuerzos en engranajes*”, Cálculo de Máquinas I.
- [22] Mathworks, *ode113*: “<http://www.mathworks.se/help/matlab/ref/ode113.html>”. 2014.
- [23] Johnson, Erik A.: “*arrow.m*”.
<http://www.mathworks.com/MATLABcentral/fileexchange/278-arrow-m>. Mayo 2009.
- [24] Maitra, Gitin M.: “*Handbook of gear design*”. Tata McGraw-Hill. 2ª Edición. 1994
- [25] Çengel, Yunus A. -University of Nevada-Reno, “*Heat and Mass Transfer: A Practical Approach*”. Capítulo 4: “Transient Heat Conduction”. McGraw Hill, 3ª Edición. 2007.
- [26] Observatorio del Medio Ambiente de Aragón. Departamento de Medio Ambiente de CCOO de Aragón: “*Guía para la reducción del impacto ambiental de los aceites industriales usados y para la aplicación del real decreto 679/2006 por el que se regula la gestión de los aceites industriales usados*”. Zaragoza, 2007.
- [27] Licencia del paquete Microsoft Office: “<http://office.microsoft.com/es-es/support/comprar-microsoft-office-2007-HA010361675.aspx>”.
- [28] Licencia de MATLAB. Mathworks:
“https://www.mathworks.se/store/link/products/student/new?s_iid=htb_buy_gtw_y_cta3”.
- [29] Precio del libro de Damir Jelaska: “*Gears and gear drives*”. Wiley:
<http://eu.wiley.com/WileyCDA/WileyTitle/productCd-111994130X.html>”.

- [30] Precio de “Cuadernos de Transmisión de Calor”:
[“http://www.libreriaproteo.com/libro/ver/id/892500/titulo/cuadernos-de-transmision-de-calor.html”](http://www.libreriaproteo.com/libro/ver/id/892500/titulo/cuadernos-de-transmision-de-calor.html).
- [31] Tarifas abono transporte de Estocolmo. SL: [“http://sl.se/”](http://sl.se/).
- [32] Información de material: [“http://www.walze-coswig.de/index.php?id=88&L=1”](http://www.walze-coswig.de/index.php?id=88&L=1).
 “Physical properties”.
- [33] Propiedades del acero aleado AISI 52100 Alloy Steel:
[“http://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=6704”](http://www.azom.com/article.aspx?ArticleID=6704). Julio 2013.
- [34] Propiedades de 20MnCr5:
[“http://www.metalravne.com/selector/steels/ec100.html”](http://www.metalravne.com/selector/steels/ec100.html). 2013.
- [35] Propiedades de 16MnCr5:
[“http://www.metalravne.com/selector/steels/ec80.html”](http://www.metalravne.com/selector/steels/ec80.html). 2013.
- [36] Holman, J. P.: *“Transferencia de calor”*. McGraw Hill 8ª Edición: Tabla A4 (Aceite de motor (sin usar)). 1998.
- [37] Curvas de la conductividad térmica del aceite:
[“http://www.f5-tech.de/fileadmin/pdf/Lambda_Lubricating_Oils.pdf”](http://www.f5-tech.de/fileadmin/pdf/Lambda_Lubricating_Oils.pdf).
- [38] Grupo SKF, “CAD BEARING”:
[”http://www.skf.com/cl/products/bearings-units-housings/roller-bearings/cylindrical-roller-bearings/single-row/index.html?prodid=1500420406&imperial=false”](http://www.skf.com/cl/products/bearings-units-housings/roller-bearings/cylindrical-roller-bearings/single-row/index.html?prodid=1500420406&imperial=false)

ANEXOS

ANEXO A: DATOS

Las cuatro tablas siguientes recogen los parámetros termo-físicos usados en cada elemento: aire [14], caja [32], aceite, rodamientos [33], ejes [34], piñón y rueda [35], bancada [14] y aleta cilíndrica [14]:

Tabla 6, Densidad (kg/m^3) de los elementos

1: Aire	$8.9308 \cdot 10^{-6} \cdot T_{\text{air}}^2 (\text{K}^2) - 9.1995 \cdot 10^{-3} \cdot T_{\text{air}} (\text{K}) + 3.1332$
2: Parte inferior de la caja	7250
3: Parte lateral de la caja	7250
4: Placa superior de la caja	7250
5: Aceite	836
6, 7, 8, 9: Rodamientos	7810
10: Eje del piñón	7810
11: Eje de la rueda	7810
12: Piñón	7810
13: Rueda	7810

Tabla 7, Calor específico (J/Kg-K) de los elementos

1: Aire	1008
2: Parte inferior de la caja	460
3: Parte lateral de la caja	460
4: Placa superior de la caja	460
5: Aceite [36]	$1796 + 84/20 \cdot T_{\text{oil}} (\text{°C})$
6, 7, 8, 9: Rodamientos	460
10: Eje del piñón	460
11: Eje de la rueda	460
12: Piñón	460
13: Rueda	460

Tabla 8, Conductividad térmica (W/m-K) de los elementos

1: Aire	$-1.6976 \cdot 10^{-8} \cdot T_{\text{air}}^2 (\text{K}^2) + 8.2436 \cdot 10^{-5} \cdot T_{\text{air}} (\text{K}) + 0.0029$
2: Parte inferior de la caja	45.25
3: Parte lateral de la caja	45.25
4: Placa superior de la caja	45.25
5: Aceite [37]	$-3.8961 \cdot 10^{-7} \cdot T_{\text{oil}}^2 (^\circ\text{C}^2) - 8.5325 \cdot 10^{-5} \cdot T_{\text{oil}} (^\circ\text{C}) + 0.1114$
6, 7, 8, 9: Rodamientos	46.6
10: Eje del piñón	42
11: Eje de la rueda	42
12: Piñón	41
13: Rueda	41
Bancada	20
Aleta cilíndrica	15

Tabla 9, Viscosidad cinemática (m^2/s) del aire y del aceite

1: Aire	$1.51675 \cdot 10^{-10} \cdot T_{\text{air}}^2 (\text{K}^2) - 1.08466 \cdot 10^{-9} \cdot T_{\text{air}} (\text{K}) + 2.38122 \cdot 10^{-6}$
5: Aceite	$(1.8383 \cdot 10^{-6} \cdot T_{\text{oil}}^4 (^\circ\text{C}^4) - 7.2946 \cdot 10^{-4} \cdot T_{\text{oil}}^3 (^\circ\text{C}^3) + 0.1117 \cdot T_{\text{oil}}^2 (^\circ\text{C}^2) - 8.0574 \cdot T_{\text{oil}} (^\circ\text{C}) + 246.4022) \cdot 10^{-3} / \rho_{\text{oil}}$

Tabla 10, Datos geométricos de la rueda y el piñón (Unidades del SI)

Constante	Piñón	Rueda
Z	16	24
m	$4.5 \cdot 10^{-3}$	$4.5 \cdot 10^{-3}$
b	$14 \cdot 10^{-3}$	$14 \cdot 10^{-3}$
x	$356 \cdot 10^{-3}$	$221 \cdot 10^{-3}$
d	$72 \cdot 10^{-3}$	$108 \cdot 10^{-3}$
d_b	$67.6579 \cdot 10^{-3}$	$101.4868 \cdot 10^{-3}$
d_a	$82.46 \cdot 10^{-3}$	$118.36 \cdot 10^{-3}$
d_f	$61.34 \cdot 10^{-3}$	$98.98 \cdot 10^{-3}$
H_t	$(d_a - d_f)/2$	$(d_a - d_f)/2$
R_p	$m \cdot (Z + x)/2$	$m \cdot (Z + x)/2$
R_w	$36.6 \cdot 10^{-3}$	$54.9 \cdot 10^{-3}$
R_{in}	$15 \cdot 10^{-3}$	$15 \cdot 10^{-3}$
D_{web}	$60 \cdot 10^{-3}$	$60 \cdot 10^{-3}$
b_{web}	$8 \cdot 10^{-3}$	$8 \cdot 10^{-3}$
α_0	20°	20°
α	22.4°	22.4°
ρ	$d_b/2 \cdot \tan(\alpha)$	$d_b/2 \cdot \tan(\alpha)$
s	$\pi \cdot m/2 + 2 \cdot x \cdot m \cdot \tan(\alpha_0)$	$\pi \cdot m/2 + 2 \cdot x \cdot m \cdot \tan(\alpha_0)$

Tabla 11, Datos geométricos (m) de los rodamientos [38]

D_{in}	$30 \cdot 10^{-3}$
D_{out}	$90 \cdot 10^{-3}$
B	$23 \cdot 10^{-3}$
F	$45 \cdot 10^{-3}$
E	$73 \cdot 10^{-3}$
d_m	$59 \cdot 10^{-3}$

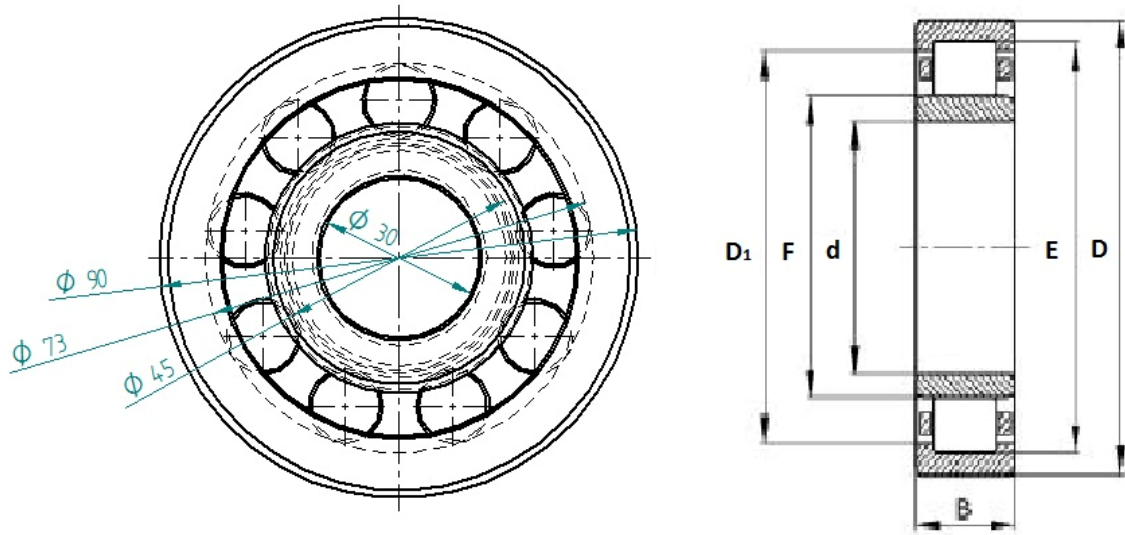


Figura 55, Dibujo del rodamiento con sus dimensiones (mm) y notación [38]

Tabla 12, Datos geométricos del eje del piñón (m)

L_{in}	$135 \cdot 10^{-3}$
d	$30 \cdot 10^{-3}$
$L_{out, Right, 1}$	$13 \cdot 10^{-3}$
$R_{out, Right, 1}$	$15 \cdot 10^{-3}$
$L_{out, Right, 2}$	$200 \cdot 10^{-3}$
$R_{out, Right, 2}$	$0.5 \cdot 23 \cdot 10^{-3}$
$L_{out, Right, 3}$	$115 \cdot 10^{-3}$
$R_{out, Right, 3}$	$15 \cdot 10^{-3}$
$L_{out, Right, 4}$	$175 \cdot 10^{-3}$
$R_{out, Right, 4}$	$0.5 \cdot 25 \cdot 10^{-3}$

Tabla 13, Datos geométricos del eje de la rueda (m)

L_{in}	$135 \cdot 10^{-3}$
d	$30 \cdot 10^{-3}$
$L_{out, Left}$	$65 \cdot 10^{-3}$
$R_{out, Left}$	$10 \cdot 10^{-3}$
$L_{out, Right, 1}$	$108 \cdot 10^{-3}$
$R_{out, Right, 1}$	$15 \cdot 10^{-3}$
$L_{out, Right, 2}$	$320 \cdot 10^{-3}$
$R_{out, Right, 2}$	$0.5 \cdot 23 \cdot 10^{-3}$
$L_{out, Right, 3}$	$78 \cdot 10^{-3}$
$R_{out, Right, 3}$	$15 \cdot 10^{-3}$
$d_{Seal, Slave}$	$25 \cdot 10^{-3}$

Tabla 14, Datos geométricos de la parte inferior de la caja (m)

L	$312 \cdot 10^{-3}$
b	$107 \cdot 10^{-3}$
e	$20 \cdot 10^{-3}$

Tabla 15, Datos geométricos de la parte lateral de la caja (m)

h	$180 \cdot 10^{-3}$
b_{av}	$80.6 \cdot 10^{-3}$
L_{av}	$290 \cdot 10^{-3}$
b_{in}	$56.2 \cdot 10^{-3}$
b_{out}	$107 \cdot 10^{-3}$
L_{in}	$268 \cdot 10^{-3}$
L_{out}	$312 \cdot 10^{-3}$
e_b	$22 \cdot 10^{-3}$
e_l	$26.4 \cdot 10^{-3}$

Tabla 16, Datos geométricos de la parte superior de la caja (m)

L	$312 \cdot 10^{-3}$
b	$107 \cdot 10^{-3}$
e	$15 \cdot 10^{-3}$

Tabla 17, Datos geométricos de la bancada sobre la que se apoyan las cajas (m)

L	$0.5 \cdot 519 \cdot 10^{-3}$
b	$385 \cdot 10^{-3}$
e	$9 \cdot 10^{-3}$

Tabla 18, Datos geométricos de la aleta cilíndrica (m)

L	$295 \cdot 10^{-3}$
d	$24 \cdot 10^{-3}$

Figura 19, Longitudes características de convección (m) de los componentes involucrados

Componente	Convección forzada con el aceite	Convección natural con el aceite	Convección con el aire
Parte inferior de la caja	L	L	
Bancada			L
Parte lateral de la caja	h	h	h
Placa superior de la caja	L	L	L
Aleta cilíndrica			L
Rodamientos	$d_m/2$	Profundidad de inmersión	
Eje del piñón			D
Eje de la rueda			D
Piñón	R_p	Profundidad de inmersión	
Rueda	R_p	Profundidad de inmersión h	

donde h es la altura de la parte lateral de la caja.

ANEXO B: MOVIMIENTO DEL ACEITE EN LA CAJA DE PRUEBAS DE ENGRANAJES

Las figuras mostradas en este apéndice provienen de [11]:

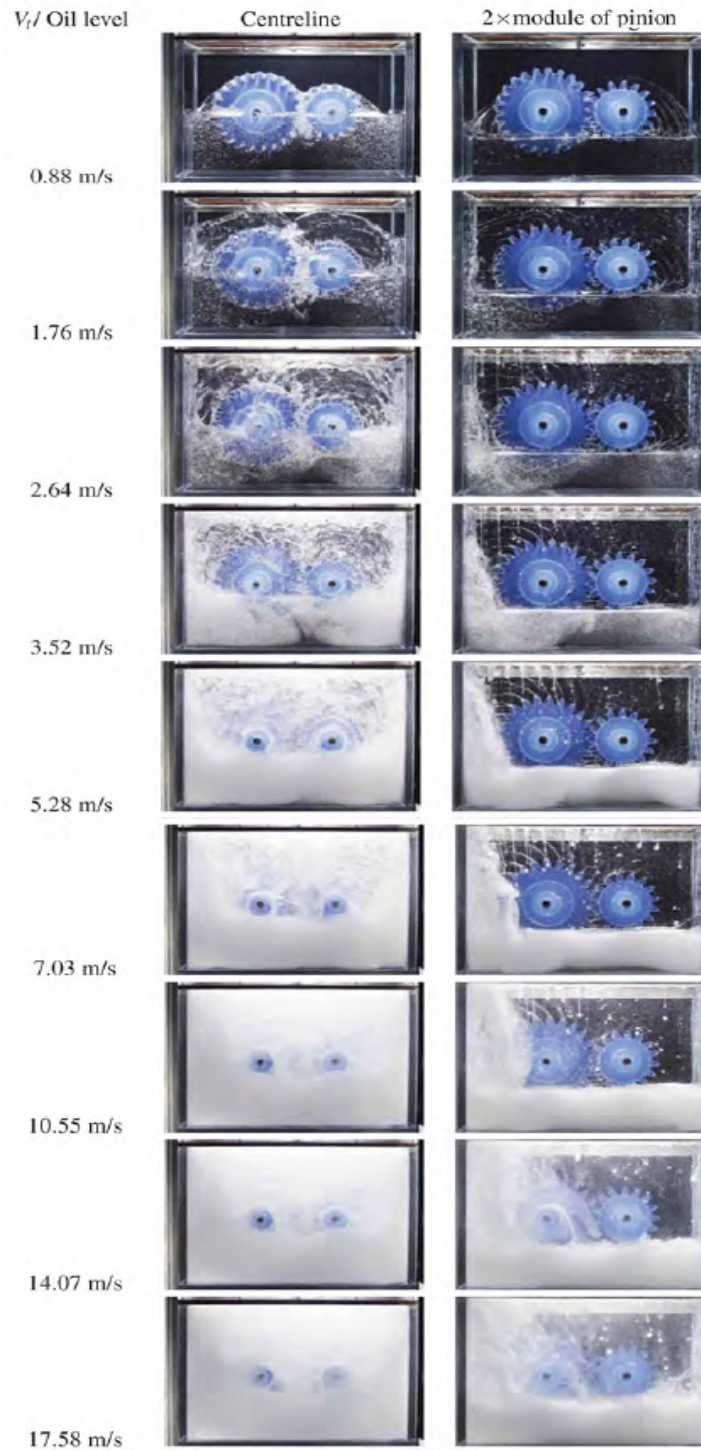


Figura 56, Movimiento del aceite en el interior de la caja de pruebas de engranajes según la velocidad del engranaje y el nivel de aceite

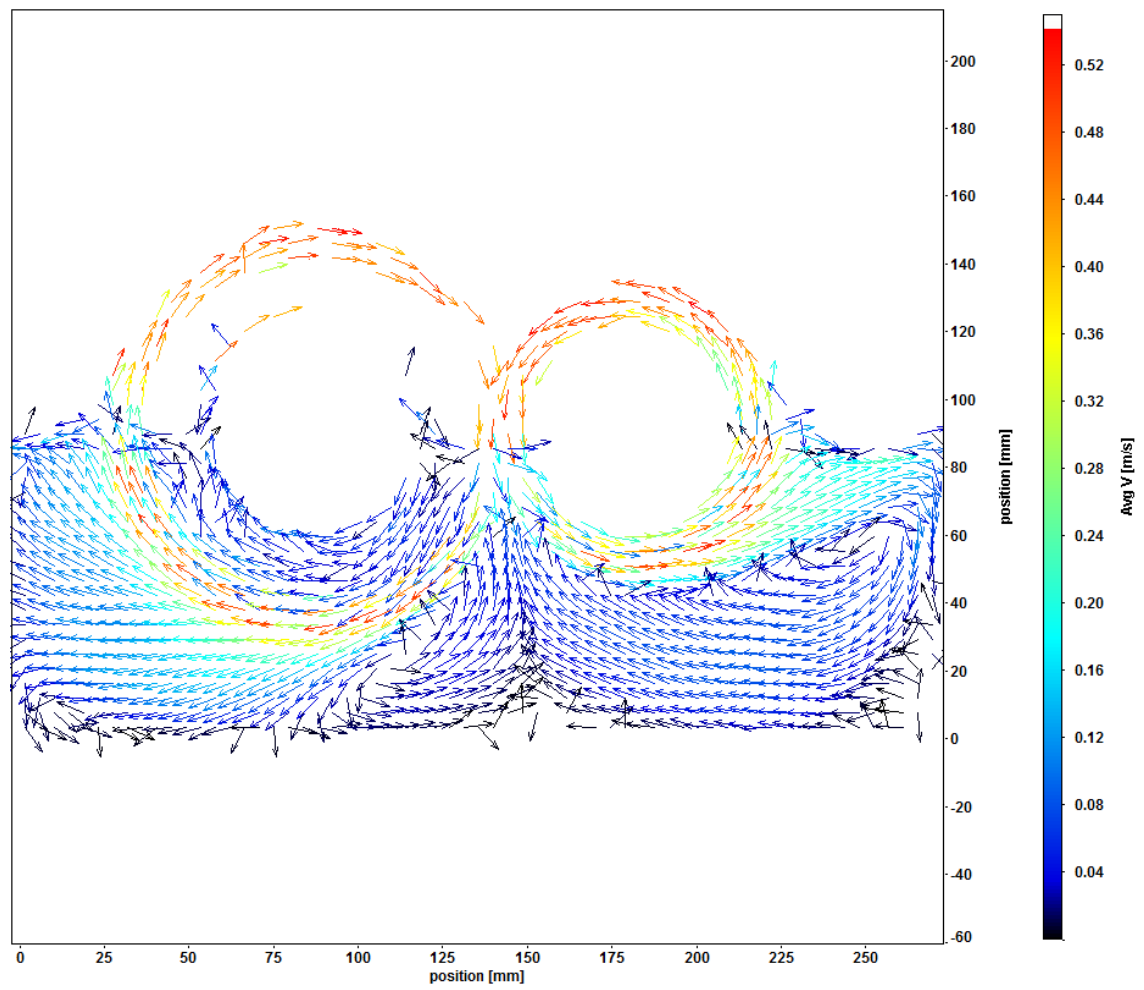


Figura 57, Flujo del aceite cuando la velocidad de la rueda es 0.55 m/s y el nivel de aceite es la mitad

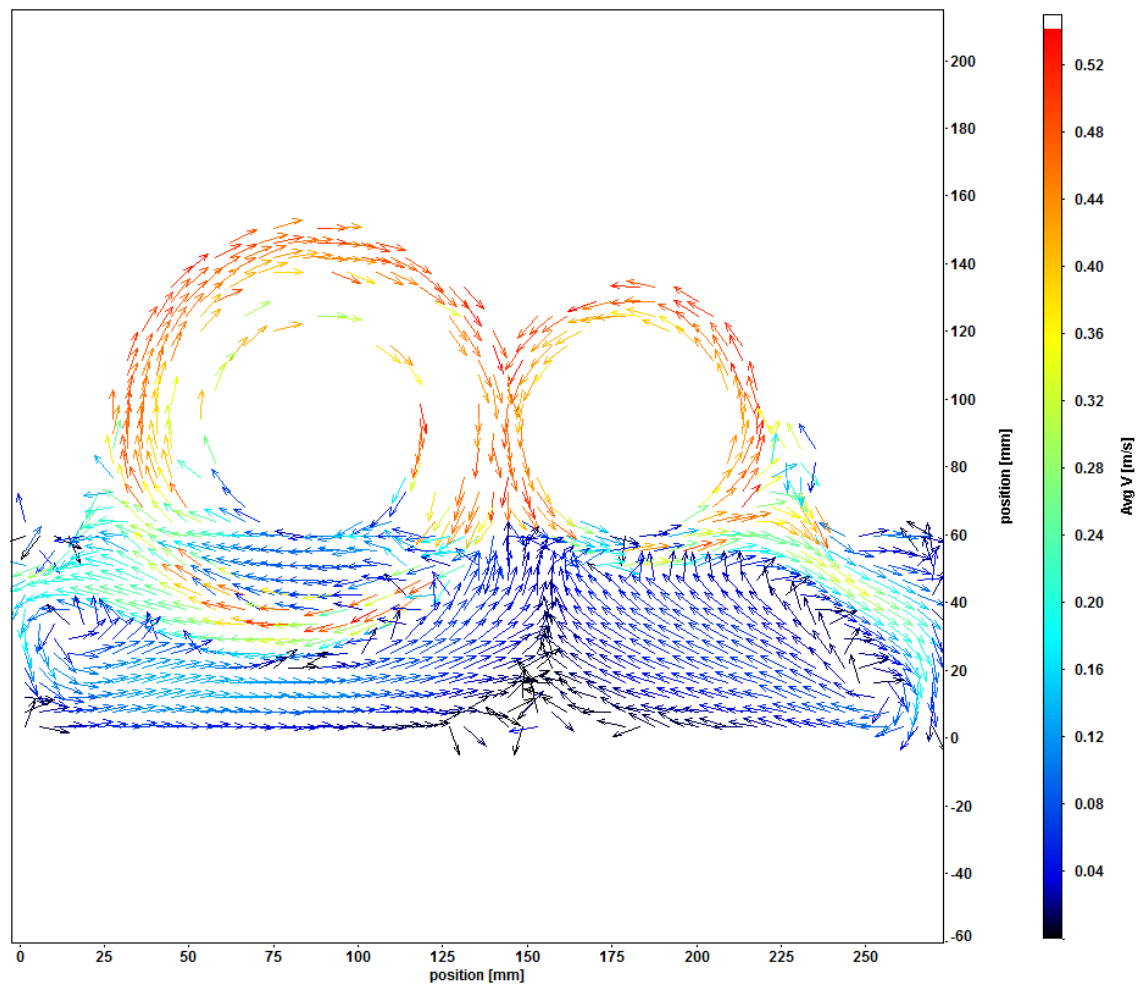


Figura 58, Flujo del aceite si la velocidad de la rueda es 0.55 m/s y el piñón está inmerso 2 módulos en aceite

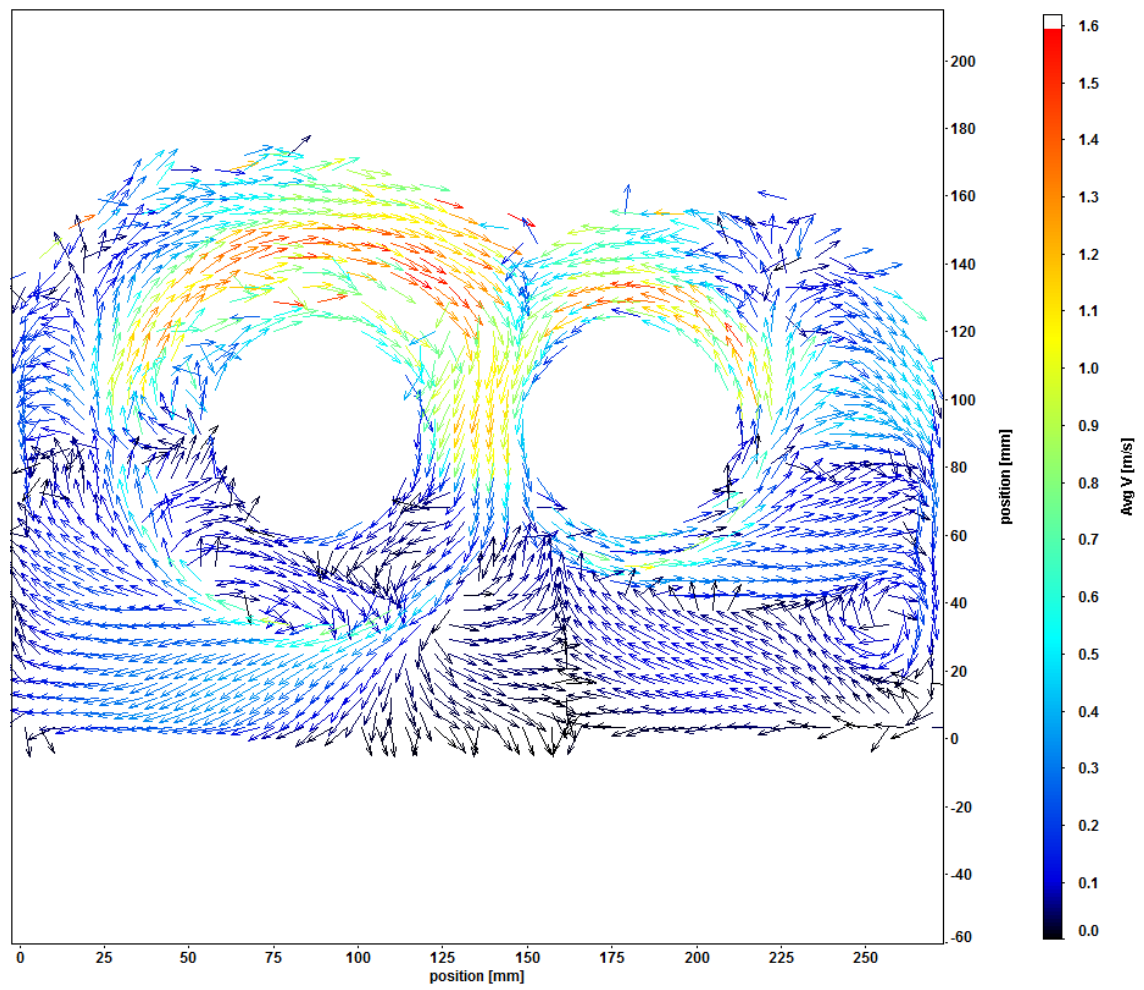


Figura 59, Flujo del aceite cuando la velocidad de la rueda es 1.62 m/s y el nivel de aceite es la mitad

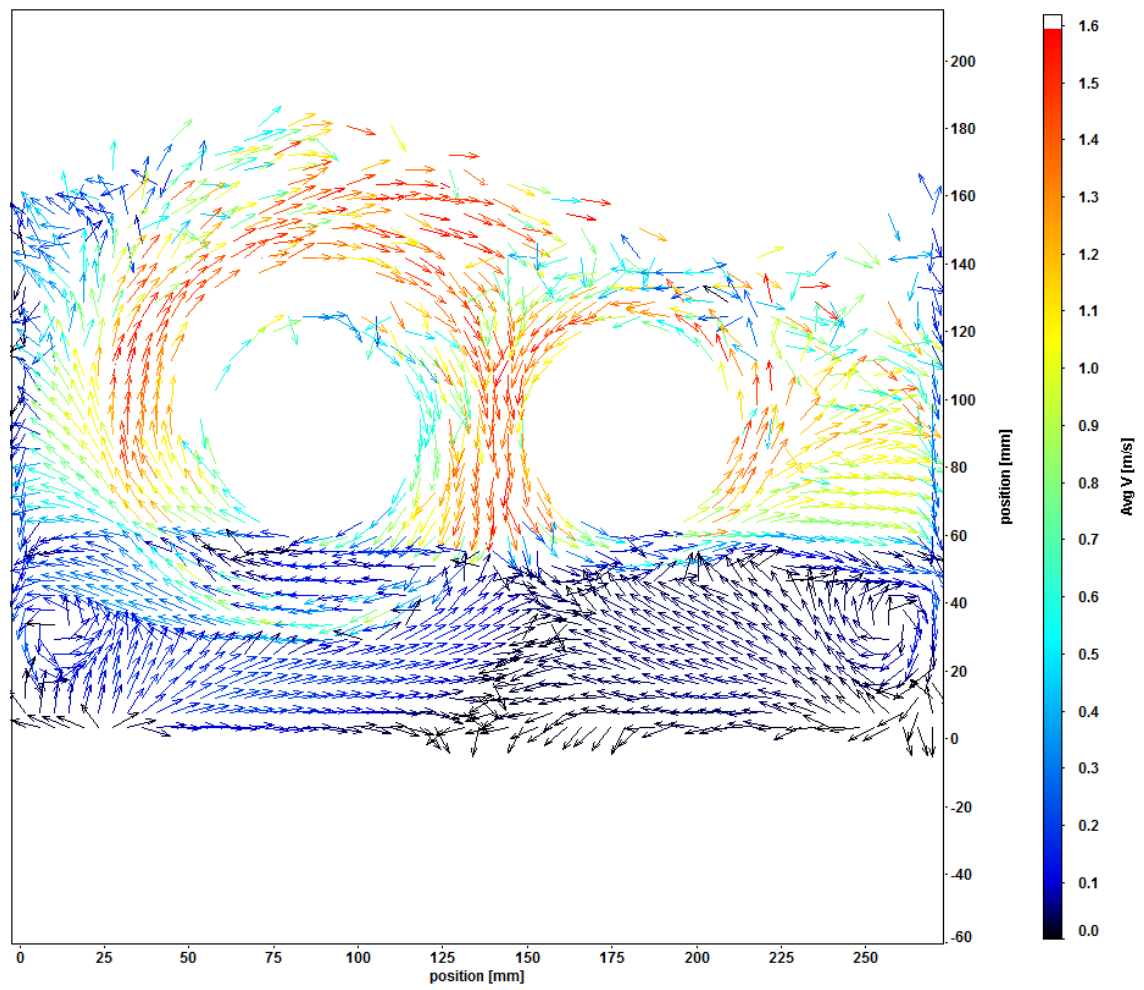


Figura 60, Flujo del aceite si la velocidad de la rueda es 1.62 m/s y el piñón está inmerso 2 módulos en aceite

ANEXO C: RESISTENCIAS TÉRMICAS

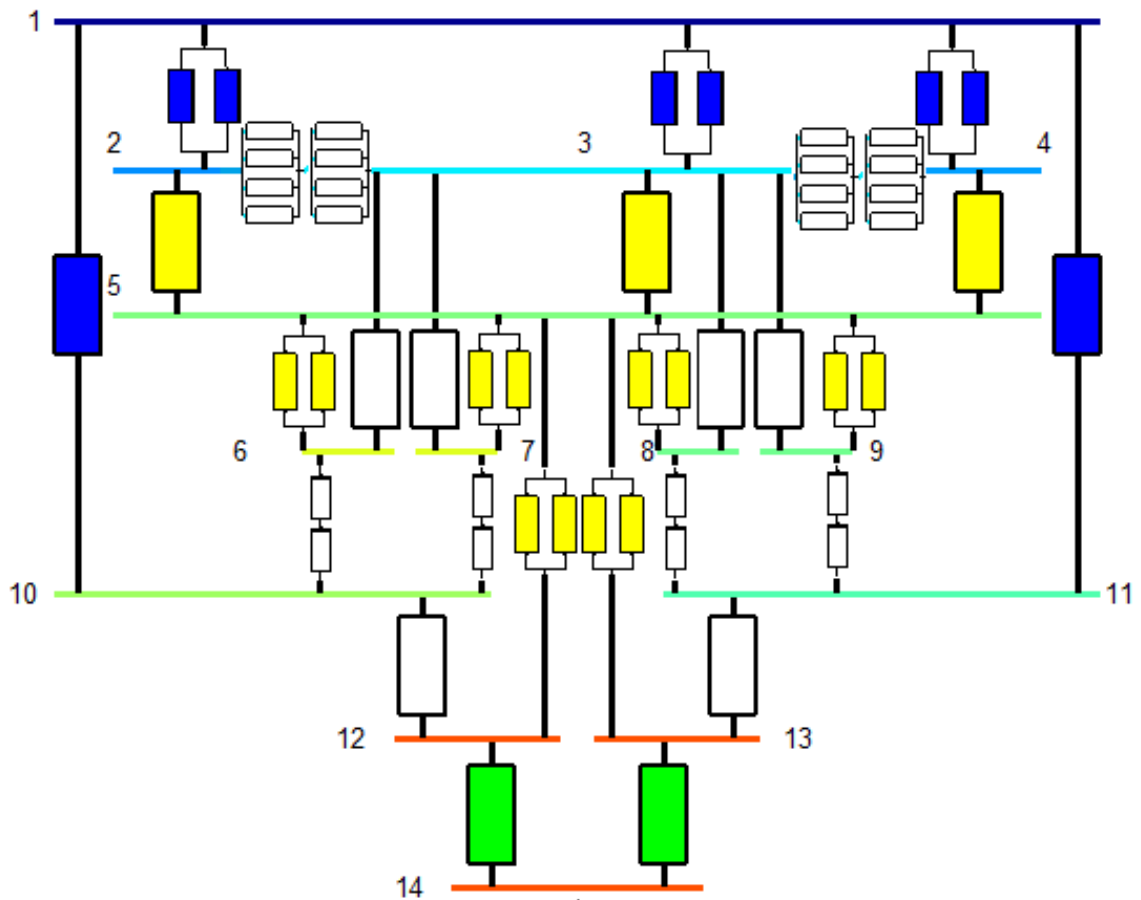


Figura 61, Red térmica en la que aparecen todas las resistencias térmicas consideradas

Expresiones de las resistencias térmicas:

$$R_{th}(14,12) = \frac{0.767 a_p}{\sqrt{l_h} b k_p \sqrt{V}} = \frac{0.767 a_p}{\sqrt{l_h} b k_p \sqrt{(\rho_p \omega_{10} + \rho_g \omega_{11}) \cdot 0.5}}$$

$$R_{th}(14,13) = \frac{0.767 a_g}{\sqrt{l_h} b k_g \sqrt{V}} = \frac{0.767 a_g}{\sqrt{l_h} b k_g \sqrt{(\rho_p \omega_{10} + \rho_g \omega_{11}) \cdot 0.5}}$$

$$R_{th}(12,10) = \frac{\log(\frac{R_{wp}}{R_{10}})}{2\pi k_p b_p}$$

$$R_{th}(13,11) = \frac{\log(\frac{R_{wg}}{R_{11}})}{2\pi k_q b_q}$$

$$R_{th}(12,5) = \left(\left(\frac{\pi}{b Z_p \left(0.058 + \frac{1.112}{\left[1 + \exp\left(\frac{\psi_p - 0.731}{0.233} \right) \right]^{0.455}} \cdot H_{t,p} \cdot k_p \cdot \sqrt{\tau \cdot \omega_{10}^2} \right)} \right)^{-1} + \left(\frac{L_p}{A_p k_5 Nu} \right)^{-1} \right)^{-1}$$

$$R_{th}(13,5) = \left(\left(\frac{\pi}{b Z_g \left(0.058 + \frac{1.112}{\left[1 + \exp\left(\frac{\psi_g - 0.731}{0.233} \right) \right]^{0.455}} \cdot H_{t,g} \cdot k_g \cdot \sqrt{\tau \cdot \omega_{11}^2} \right)} \right)^{-1} + \left(\frac{L_g}{A_g k_5 Nu} \right)^{-1} \right)^{-1}$$

$$R_{th}(10,6) = R_{th}(10,7) = \frac{\frac{b_p}{2} + 13 \cdot 10^{-3} + \frac{B_6}{2}}{k \pi R_{10}^2} + \frac{\ln\left(\frac{d_m}{2 \cdot R_{10}}\right)}{2\pi k_6 \cdot B_6}$$

$$R_{th}(11,8) = R_{th}(11,9) = \frac{\frac{b_g}{2} + 13 \cdot 10^{-3} + \frac{B_8}{2}}{k \pi R_{11}^2} + \frac{\ln\left(\frac{d_m}{2 \cdot R_{11}}\right)}{2\pi k_8 \cdot B_8}$$

$$R_{th}(10,1) = \frac{1}{A_{10}^*} \cdot \frac{L_{10}}{k_1 Nu}$$

$$R_{th}(11,1) = \frac{1}{A_{11}^*} \cdot \frac{L_{11}}{k_1 Nu}$$

$$R_{th}(6,5) = R_{th}(7,5) = R_{th}(8,5) = R_{th}(9,5) = \left((3 \cdot R_{th,flingoffpinion})^{-1} + \left(\frac{L_6}{A_6 k_5 Nu} \right)^{-1} \right)^{-1}$$

$$R_{th}(6,3) = R_{th}(7,3) = R_{th}(8,3) = R_{th}(9,3) = \frac{0.5 L_{10}}{2\pi R_{10} k_{10}}$$

$$R_{th}(5,2) = \frac{1}{A_2} \cdot \frac{L_2}{k_5 Nu}$$

$$R_{th}(5,3) = \frac{1}{A_3} \cdot \frac{L_3}{k_5 Nu}$$

$$R_{th}(5,4) = \frac{1}{A_4} \cdot \frac{L_4}{k_5 Nu}$$

$$R_{th}(3,2) = \left(\frac{2}{\frac{0.5 \cdot h_3}{e_{3,l} L_{3,out} k_3}} + \frac{2}{\frac{0.5 \cdot h_3}{e_{3,b} b_2 k_3}} \right)^{-1} + \left(\frac{2}{\frac{0.5 \cdot e_2}{e_{3,l} L_2 k_2}} + \frac{2}{\frac{0.5 \cdot e_2}{e_{3,b} b_2 k_2}} \right)^{-1}$$

$$R_{th}(3,4) = \left(\frac{2}{\frac{0.5 \cdot h_3}{e_{3,l} L_{3,out} k_3}} + \frac{2}{\frac{0.5 \cdot h_3}{e_{3,b} b_4 k_3}} \right)^{-1} + \left(\frac{2}{\frac{0.5 \cdot e_4}{e_{3,l} L_4 k_4}} + \frac{2}{\frac{0.5 \cdot e_4}{e_{3,b} b_4 k_4}} \right)^{-1}$$

$$R_{th}(2,1) = \left(\left(\frac{1}{A_2^* \cdot \frac{L_2}{k_1 Nu}} \right)^{-1} + \left(\frac{1}{\sigma \cdot \varepsilon_2 \cdot S_2^* \cdot (T_2^2 + T_{amb}^2)(T_2 + T_{amb})} \right)^{-1} \right)^{-1}$$

$$R_{th}(3,1) = \left(\left(\frac{1}{A_3^* \cdot \frac{L_3}{k_1 Nu}} \right)^{-1} + \left(\frac{1}{\sigma \cdot \varepsilon_3 \cdot S_3 \cdot (T_3^2 + T_{amb}^2)(T_3 + T_{amb})} \right)^{-1} \right)^{-1}$$

$$R_{th}(4,1) = \left(\left(\frac{1}{A_4^* \cdot \frac{L_4}{k_1 Nu}} \right)^{-1} + \left(\frac{1}{\sigma \cdot \varepsilon_4 \cdot S_4^* \cdot (T_4^2 + T_{amb}^2)(T_4 + T_{amb})} \right)^{-1} \right)^{-1}$$

En la Figura 62 se representa la numeración de cada transferencia de calor por unidad de tiempo entre los componentes usada en el programa de *MATLAB*:

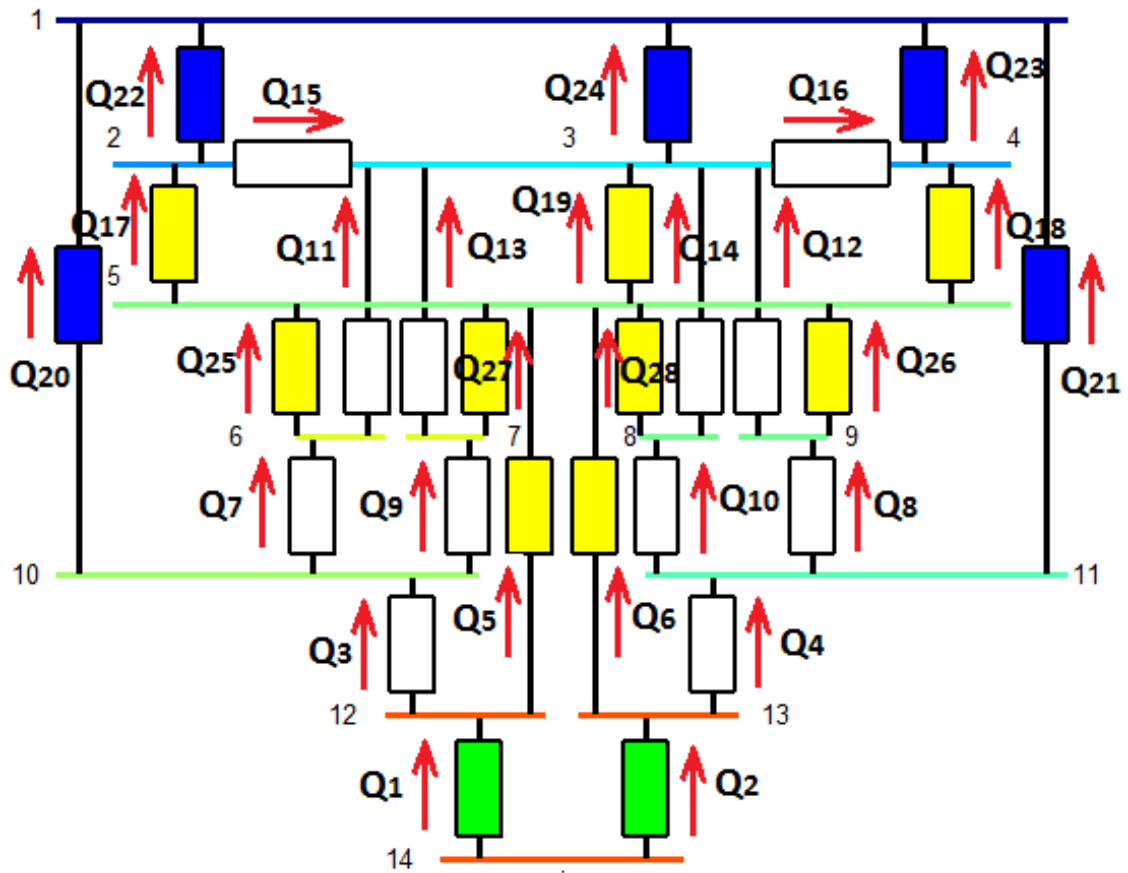


Figura 62, Red térmica y numeración de las potencias caloríficas usadas en el programa de *MATLAB*

* Área equivalente debida a las aletas: bancada o elemento cilíndrico, según corresponda

ANEXO D: PROFILER DE MATLAB

Se muestra un extracto de cada *Profiler* de *MATLAB* según la función ODE usada para la resolución. Los que aparecen aquí son para los casos de velocidades de 8.3 m/s y de 20 m/s.

Incluyendo las animaciones de la caja de engranajes y la red térmica para una velocidad de la rueda de 8.3 m/s, se tiene:








Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
Main	1	2416.949 s	6.045 s	
drawing_master	1	2184.165 s	0.579 s	
Thermal_Network_for	3991	2161.164 s	1060.411 s	
arrow	3992	993.863 s	863.025 s	
legendcolorbarlayout>doLayoutCB	48076	201.712 s	13.692 s	
ode113	1	187.633 s	3.302 s	
ODE_program	8532	184.215 s	154.243 s	

Figura 63, *Profiler* usando la *ode113* cuando la velocidad de la rueda es 8.3 m/s e incluyendo los dibujos de la caja de engranajes y la red térmica








Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
Main	1	1342.010 s	10.916 s	
drawing_master	1	1132.620 s	0.327 s	
Thermal_Network_for	2513	1115.858 s	556.355 s	
arrow	2514	487.158 s	407.454 s	
ode23	1	176.375 s	1.676 s	
ODE_program	7549	174.556 s	144.915 s	
legendcolorbarlayout>doLayoutCB	30358	138.087 s	9.465 s	

Figura 64, *Profiler* usando la *ode23* cuando la velocidad de la rueda es 8.3 m/s e incluyendo los dibujos de la caja de engranajes y la red térmica

En caso de no incluir las animaciones de la caja de engranajes y la red térmica para una velocidad de la rueda de 8.3 m/s, se tiene:

Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
Main	1	160.883 s	5.087 s	
ode113	1	153.136 s	2.676 s	
ODE_program	8532	150.381 s	126.966 s	
Power_loss	8532	18.923 s	2.035 s	
Pbearing	34128	15.464 s	3.600 s	
Pbearing>hmod	34128	11.864 s	0.783 s	
interp1	34128	11.081 s	10.518 s	

Figura 65, *Profiler* usando la *ode113* cuando la velocidad de la rueda es 8.3 m/s y sin dibujar la caja de engranajes y la red térmica

Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
Main	1	134.382 s	4.870 s	
ode23	1	127.077 s	1.233 s	
ODE_program	7549	125.765 s	103.959 s	
Power_loss	7549	17.248 s	1.826 s	
Pbearing	30196	14.049 s	3.216 s	
Pbearing>hmod	30196	10.833 s	0.624 s	
interp1	30196	10.209 s	9.709 s	

Figura 66, *Profiler* usando la *ode23* cuando la velocidad de la rueda es 8.3 m/s y sin dibujar la caja de engranajes y la red térmica

Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
Main	1	348.650 s	4.875 s	
ode45	1	340.150 s	1.703 s	
ODE_program	12223	338.259 s	301.836 s	
Power_loss	12223	29.079 s	3.063 s	
Pbearing	48892	23.923 s	5.141 s	
Pbearing>hmod	48892	18.782 s	1.172 s	
interp1	48892	17.610 s	16.829 s	

Figura 67, *Profiler* usando la *ode45* cuando la velocidad de la rueda es 8.3 m/s y sin dibujar la caja de engranajes y la red térmica

Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
Main	1	41.253 s	4.875 s	
ode23s	1	34.362 s	0.391 s	
ODE_program	2646	33.627 s	26.064 s	
funfun\private\odenumjac	164	27.064 s	0.281 s	
Power_loss	2646	6.188 s	0.781 s	
Pbearing	10584	5.016 s	1.094 s	
Pbearing>hmod	10584	3.922 s	0.219 s	

Figura 68, *Profiler* usando la *ode23s* cuando la velocidad de la rueda es 8.3 m/s y sin dibujar la caja de engranajes y la red térmica

Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
Main	1	10.936 s	4.854 s	
ode23t	1	3.998 s	0.264 s	
ODE_program	299	3.485 s	2.645 s	
ode23t>itsolve	212	3.049 s	0.124 s	
Temp_Diagrams	1	1.976 s	0.762 s	
legend	8	0.793 s	0.031 s	
legend>make_legend	8	0.762 s	0.016 s	

Figura 69, *Profiler* usando la *ode23t* cuando la velocidad de la rueda es 8.3 m/s y sin dibujar la caja de engranajes y la red térmica

Para una velocidad de la rueda de 20 m/s sin incluir tampoco las animaciones de la caja de engranajes y la red térmica, se obtuvo lo siguiente:

Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
Main	1	302.947 s	4.840 s	
ode113	1	295.015 s	3.778 s	
ODE_program	13390	291.143 s	252.734 s	
Power_loss	13390	30.587 s	3.076 s	
Pbearing	53560	24.966 s	5.574 s	
Pbearing>hmod	53560	19.392 s	1.171 s	
interp1	53560	18.221 s	17.346 s	

Figura 70, *Profiler* usando la *ode113* cuando la velocidad de la rueda es 20 m/s y sin dibujar la caja de engranajes y la red térmica

Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
Main	1	247.644 s	4.875 s	
ode23	1	240.504 s	1.844 s	
ODE_program	11734	238.598 s	204.381 s	
Power_loss	11734	27.530 s	2.500 s	
Pbearing	46936	22.921 s	5.515 s	
Pbearing>hmod	46936	17.405 s	0.984 s	
interp1	46936	16.421 s	15.530 s	

Figura 71, *Profiler* usando la *ode23* cuando la velocidad de la rueda es 20 m/s y sin dibujar la caja de engranajes y la red térmica

Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
Main	1	512.567 s	4.889 s	
ode45	1	501.196 s	2.437 s	
ODE_program	18925	498.478 s	444.014 s	
Power_loss	18925	43.188 s	4.077 s	
Pbearing	75700	35.940 s	8.716 s	
Pbearing>hmod	75700	27.225 s	1.781 s	
interp1	75700	25.444 s	24.194 s	

Figura 72, *Profiler* usando la *ode45* cuando la velocidad de la rueda es 20 m/s y sin dibujar la caja de engranajes y la red térmica

Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
Main	1	75.564 s	4.876 s	
ode23s	1	68.750 s	0.422 s	
ODE_program	4700	67.656 s	54.731 s	
funfun\private\odenumjac	292	55.106 s	0.594 s	
Power_loss	4700	10.330 s	0.828 s	
Pbearing	18800	8.893 s	1.969 s	
Pbearing>hmod	18800	6.923 s	0.406 s	

Figura 73, *Profiler* usando la *ode23s* cuando la velocidad de la rueda es 20 m/s y sin dibujar la caja de engranajes y la red térmica

Function Name	Calls	Total Time	Self Time*	Total Time Plot (dark band = self time)
Main	1	12.863 s	4.890 s	
ode23t	1	5.960 s	0.252 s	
ODE_program	470	5.504 s	3.963 s	
ode23t>itsolve	316	5.016 s	0.126 s	
Temp_Diagrams	1	1.840 s	0.660 s	
Power_loss	470	1.242 s	0.189 s	
Pbearing	1880	0.943 s	0.252 s	

Figura 74, *Profiler* usando la *ode23t* cuando la velocidad de la rueda es 20 m/s y sin dibujar la caja de engranajes y la red térmica